

# インターネットオークション の理論 (基礎)

首都大学東京  
社会科学部 経営学専攻  
渡辺隆裕

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

1

## 発表の内容

1. オークション理論とは？
  - － オークション理論とゲーム理論
  - － メカニズムデザインの考え方
2. オークション理論の基礎
  - － いろいろなオークションの均衡戦略
3. 実際のネットオークション
  - － Yahoo!オークションと公売オークション
4. オークション理論の応用・発展
  - － 価値依存モデルと勝者の呪い
  - － さまざまなオークションの機能と現象
  - － 実験経済学とオークション

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#2

# 1. オークション理論とは？

ゲーム理論、オークション理論、メカニズムデザイン



## オークション理論とゲーム理論

- USA 周波数オークションの成功
  - FCCでの Milgrom と Willson の提案「同時複数回オークション」
  - 最初はFCCメンバーは否定的「理想に近いが実施困難と考えられる」
  - シミュレーションや実験による分析と説得、成功
  - FCC局長「オークション制度の構築は経済理論とりわけゲーム理論の勝利であった」
  - 2000年 USA NFS賞 - 周波数オークション
- Market Design
  - 理論と実験を合わせた市場制度の設計
  - 周波数オークション(USA)
  - イギリスのCO2排出権のオークション
  - 医学研修生と病院のマッチング(A. Roth) 日本へ

## なぜゲーム理論？ #1

- オークションをモデル化する
- 誤ったモデル化の例
  - 参加者は落札率を最大化する
    - 上限まで入札することになる
  - 参加者はできるだけ安く買おうとする
    - 下限まで入札することになる
- 参加者の利益とは何かを考える
  - 財の評価額を導入する
  - $(\text{利益}) = (\text{評価額}) - (\text{落札価格})$
  - 入札額を高くすれば落札率が減る
  - 入札額を低くすれば利益が減る
  - 期待利益を最大にする入札額

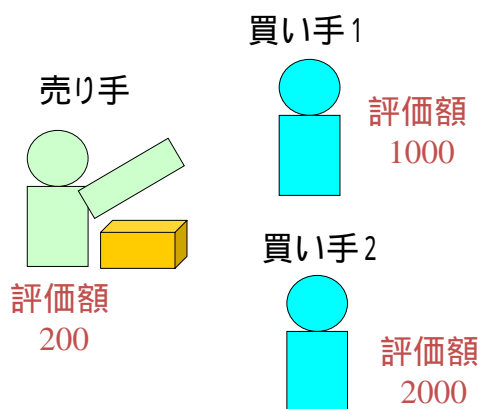
2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#5

## なぜゲーム理論？ #2

- 2つのオークション - ファーストプライスオークションとセカンドプライスオークションの比較を考える



- 1つの財を、買い手2人がオークション
- 買い手1の評価額は1000円
- 買い手2の評価額は2000円

「参加者は評価額の半分を入札する」と仮定すると、どうなるか？

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#6

### なぜゲーム理論？ #3

「参加者は評価額の半分を入札する」と仮定すると？

売り手 評価額200

買い手1 評価額1000 入札額500

買い手2 評価額2000 入札額1000

落札額	
ファーストプライスオークション	1000
セカンドプライスオークション	500

ファーストプライスオークションの方が絶対儲かる！？

#7

## セカンドプライスオークション

- 1番高い価格をつけた人に2番目に高い価格で売る
- 1番高い価格で売るファーストプライスに比べて売り手は絶対損する??

**ゲーム理論的思考の欠如！**

- オークションの方式が変われば、参加者は入札行動を変える
- 入札額が購入価格とならないので、ファーストプライスより、高い入札をしてくるはず

**メカニズムデザインの考え方**

2008/09/05 第5回日本OR学会中部支部シンポジウム 8

## メカニズムデザイン

- 2007年のノーベル経済学賞
  - Leonid Hurwicz
  - Eric S. Maskin
  - Roger B. Myerson
- メカニズムデザインに対する貢献
- メカニズムデザインとは？
  - 「制度設計の理論」とも訳される
  - あるシステムや制度(課税方法、財の取引システム、オークション、公共料金の規制)に対して、そのシステム内で参加者が戦略的に行動することゲーム理論によって織り込んで、どのように制度を設計すれば良いかを考える理論

## さまざまなオークション

- 単一財か複数財か？
- ネットオークションではない通常のオークションの分類
- 単一財 (single object)
  - 公開オークション
    - イングリッシュオークション(競り、競り上げ式)
    - ダッチオークション(競り下げ式)
  - 封印オークション
    - ファーストプライスオークション
    - セカンドプライスオークション
  - ネットオークション・自動入札方式
- 複数財 (multi object, multi unit)

**次の横尾先生の発表へ！**

## オークション理論の分類

売り手(または買い手)が1人

	財の数	単一財	複数財
情報	完備情報	本発表	横尾先生
	不完備情報		

売り手も買い手も複数      ダブルオークション

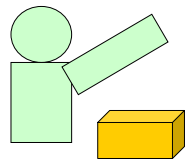
## 2. オークション理論の基礎

いろいろなオークションの均衡戦略



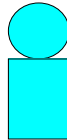
## イングリッシュオークションの戦略

売り手



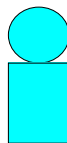
評価額 200

買い手1



評価額  
1000

買い手2



評価額  
2000

200から100ずつ値段  
を上げてゆく「競り」を  
考える

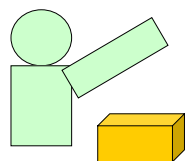
2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

13

## イングリッシュオークションの戦略 直観的例

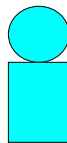
売り手



評価額 200

200  
300  
400  
●  
●  
●  
900  
1000  
1100

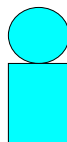
買い手1



評価額  
1000

むむむー

買い手2



評価額  
2000

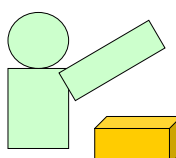
2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

14

### イングリッシュオークションの戦略 直観的例

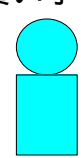
売り手



評価額 200

200  
300  
400  
●  
●  
●  
900  
1000  
1100

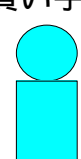
買い手1



降ります

評価額 1000

買い手2



評価額 2000

買い手2は1000(又は1100)で財を獲得

2008/09/05
第5回日本OR学会中部支部シンポジウム
15

### イングリッシュオークション

- どんな戦略をとるのが良いか？
  - 自分の評価額  $v$
  - 自分以外で最も高い買い手が降りる価格を  $y$  とする

相手の戦略 \ 自分の戦略	$y < L$	$L < y < v$	$v < y < H$	$y > H$
$v$ より小さい $L$ で降りる	$x - y > 0$	0	0	0
$v$ で降りる	$x - y > 0$	$x - y > 0$	0	0
$v$ より大きい $H$ で降りる	$x - y > 0$	$x - y > 0$	$x - y < 0$	0

自分以外の買い手がどの価格で降りても  
自分の評価額まで正直に続けて、そこで降りることが  
良い

2008/09/05
第5回日本OR学会中部支部シンポジウム
#46



## イングリッシュオークション(競り)

- 参加者は、他の参加者の行動に関わらず、自分の評価額まで参加し、自分の評価額で降りることがもっとも良い戦略
- 2番目に高い評価額が脱落した時点で決着
- 財に対する評価が1番高い買い手が落札
- 落札価格は、2番目に高い買い手の評価額
  - 1番目に高い評価額を持つ買い手の評価額がいくらであっても!



## ゲーム理論による分析結果!

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

17

## セカンドプライスオークション

- どんな入札が良いか?
  - 自分の評価額  $v$
  - 自分以外で最も高い買い手の入札額を  $y$  とする

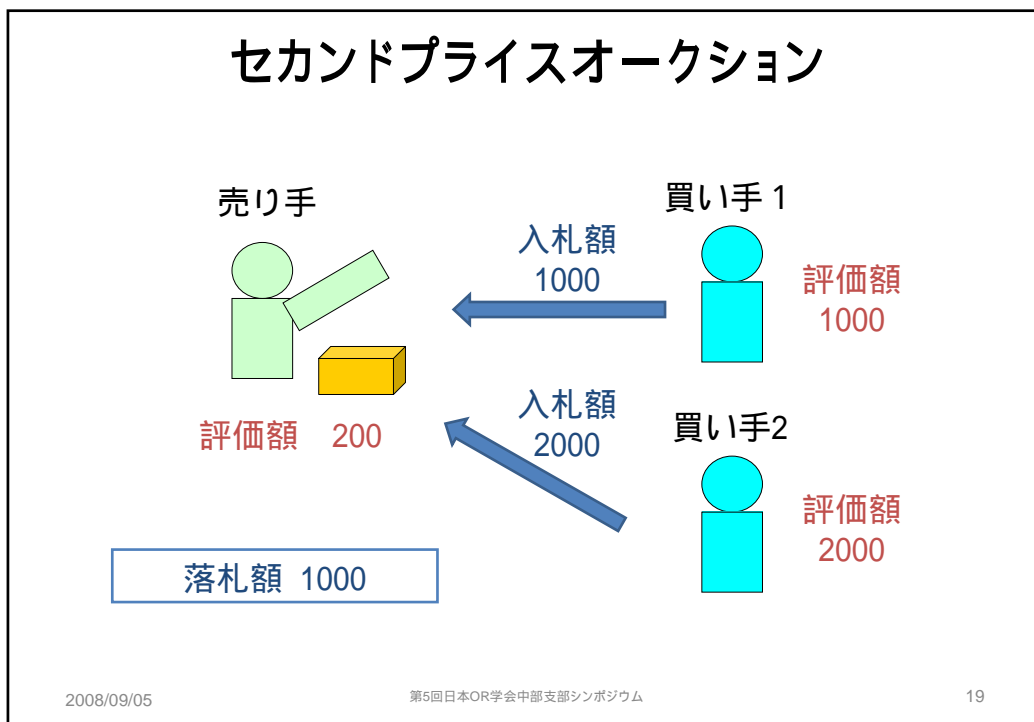
自分の戦略 \ 相手の戦略	$y < L$	$L < y < v$	$v < y < H$	$y > H$
	$v$ より小さい $L$ を入札	$x - y > 0$	0	0
$v$ を入札	$x - y > 0$	$x - y > 0$	0	0
$v$ より大きい $H$ を入札	$x - y > 0$	$x - y > 0$	$x - y < 0$	0

自分以外の買い手がどんな入札をしても自分の評価額を正直に入札することが良い

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#18



### セカンドプライスオークション

- 参加者は、他の参加者の入札額に関わらず自分の評価額を正直に入札することが良い
- 財に対する評価が1番高い買い手が落札
- 落札価格は、**2番目に高い買い手の評価額**  
– 1番目に高い買い手の評価額がいくらであっても！
- イングリッシュオークション(競り)と同じ結果
- もともとはVickrey(1961)がイングリッシュオークションを分析するために考案
- (90年代まで)実際に使われた例は少なかった？

2008/09/05 第5回日本OR学会中部支部シンポジウム #20

## ファーストプライスオークション

- 入札額を増加させると
  - 落札確率は上昇するが、落札時の利益が減少
- 入札額を減少させると
  - 落札確率は減少するが、落札時の利益が増加
- セカンドプライス・競りと異なり、相手の戦略に依存せず良い戦略が決まるわけではない。

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#21

## ファーストプライスオークションの戦略

- 評価額は $[0, +\infty)$ に分布しているとし、確率密度関数を $f(z)$ 、分布関数を $F(z)$ とする
- 自分の評価額を $v$ 、入札額を $b$ とする
- 相手の評価額を $z$ 、入札額を $y$ とする

$$\text{期待利益 } \Pi = \int_{y > b} (v - b) f(z) dz$$

相手が評価額 $z$ でどんな入札 $y$ をするかが、分からないので解けない

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#22

## ファーストプライスオークションの戦略

- プレイヤーは(自分も相手も)評価額 $v$ で、入札額  $(b)$  を入札するとする (対称戦略)

$$\Pi = \int_{\beta(y) > b} (v - b) f(y) dy = (v - b) F(\beta^{-1}(b))$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial b} \Big|_{b=\beta(v)} = 0$$

期待利益最大:  
この微分方程式を解いて、戦略を求める

## ファーストプライスオークション

- 不完備情報ゲームにより分析する
- 参加者の均衡戦略は「自分の評価額がもっとも高いという条件のもとで、2番目に高い参加者の評価額の(条件付き)期待値」を入札する
- 財に対する評価が1番高い買い手が落札
- 落札価格は、2番目に高い買い手の評価額の期待値

## 一様分布の例

- 評価額が $[0, a]$ 間の一様分布では？
- 評価額 $v$ に関して、 $kv$  ( $0 < k < 1$ )を入札すると考えて $k$ を求めてみよう
- 相手は評価額 $y$ で、 $ky$ を入札する
- 自分が $b$ を入札するとき、落札確率は

$$P[ky < b] = P\left[y < \frac{b}{k}\right] = \frac{b}{ak}$$

期待利益  $\Pi = (v - b) \frac{b}{ak} \quad \rightarrow \quad b^* = \frac{1}{2}v \quad \left(k = \frac{1}{2}\right)$

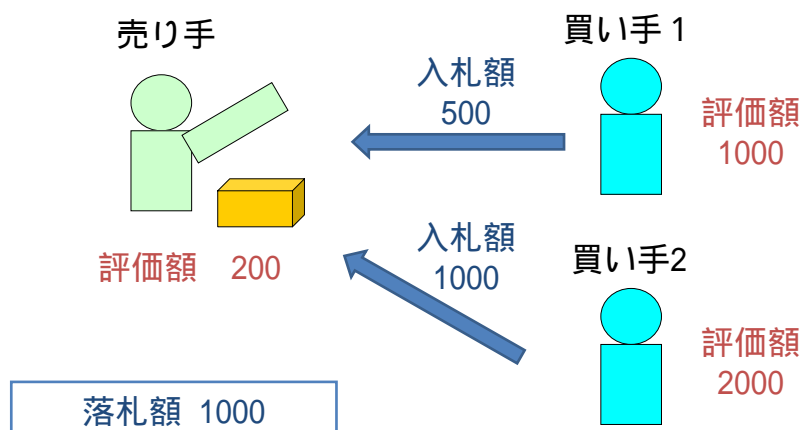
2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#25

## ファーストプライスオークション

- 評価額が $[0, a]$ 間の一様分布のとき ( $a = 2000$ )



2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

26

## 収益等価定理

- 売り手の落札価格
  - 競り(イングリッシュオークション)、セカンドプライスオークションは2番目に高い評価額
  - ファーストプライスオークションは、2番目に高い評価額の期待値
- これは更に「一番高い評価額を表明した人に財が渡る」というすべてのクラスのオークションで成立し、収益等価定理と呼ばれる
  - リスク中立、評価額分布がi.i.d、対称戦略、価値独立の条件が必要

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#27

## 3. 実際のネットオークション

Yahoo! オークション、官公庁オークションを例に



2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

28

## Yahoo! オークション



2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

29

## Yahoo! オークション



2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

30

## Yahoo! オークション(情報部分を拡大)

### 商品の情報

現在の価格:	72,000 円
残り時間:	1 日 (詳細な残り時間)
最高額入札者:	<a href="#">yoshida7092</a> (3)
数量:	1
入札件数:	34 (入札履歴)
開始価格:	10,000 円
入札単位:	1,000 円
開始日時:	5月 26日 5時 44分
終了日時:	5月 31日 22時 44分 
オークションID:	55780222

## Yahoo!オークション

- 自動入札方式
- 「現在の価格」と最高額入札者を表示
- 真の最高入札額は隠されている
- 新しい入札
- 入札額が真の最高入札額より低い
  - 新入札額の1単位上に入札額が更新
- 入札額が、真の最高額より高い
  - その人が最高額入札者となる
  - 現在の最高額の1単位上に入札額が更新



## Yahoo!オークション:例

- オークションの開始価格を200円とする
- Aさんが1000円の入札
  - 最高額入札者Aさん
  - 現在の価格 は200円と表示(入札単位100円)
  - Aさんの1000円は表示されない
- Bさんが500円と入札
  - 最高額入札者はAさん
  - 現在の価格 は600円と表示
- Cさんが2000円の入札
  - 最高額入札者はCさん
  - 現在の価格 は1100円と表示

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

33

## 自動入札方式の特徴

- 自動入札方式は、参加者がコンピュータの前になくとも競りを自動的に実現できる方法
- 入札まで、他者の行動を観察できる意味ではイングリッシュオークション
- 入札後に、他者の行動を観察できず、最終的には落札時までに入札された価格の中で、2番目に高い入札額(の1単位上の価格)で落札する意味ではセカンドプライスオークション
- イングリッシュオークションとセカンドプライスオークションの中間
- そもそも基礎的な理論では、どちらのオークションも同じ

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

34

## 自治体初のネット公売 - 東京都(2004年7月)



2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

35

## 自治体初のネット公売 - 東京都(2004年7月)

今回の公売物件一覧

2ページ中1ページ目を表示(合計:20点) 【前の12件 | 次の8件】

 <b>ロールスロイス SILVER SPUR_第06号</b> 現在の価格: 3,889,000円	 <b>グランドピアノ 雙れのスワンウェイ_第019号</b> 現在の価格: 5,602,000円	 <b>富岡 秋喬作『扇屋谷取邸』_第02号</b> 現在の価格: 2,553,000円	 <b>山下彦の山荘 山本ハイルベルグの古株...</b> 現在の価格: 2,101,000円
 <b>緑木忠のオボシ『葛藤野な雲』_第62101号</b> 現在の価格: 301,000円	 <b>天保全利金_第06号</b> 現在の価格: 636,000円	 <b>旧津屋の商家『ムリニコ』_第01号</b> 現在の価格: 473,000円	 <b>ゴロンナ様スイズガイ 千珠指輪_第05号</b> 現在の価格: 147,000円

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

36

## さまざまな公売形式

- 2004年から始まった公売のオークション
- 現在はYahoo!と提携して実施されている
- 以下の2つの形式が選択できる
- 自動入札形式
  - 現在の最高額入札者と落札価格が表示される。
- 入札形式 = ファーストプライスオークション
  - 全員が一度入札をする。他者の入札は見えない。
  - 一番高い値をつけたものが、その価格で落札

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

37

## 官公庁オークション - 現在の公売オークション



2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

38

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

39

## 「せり売り形式」と「入札形式」

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

40

## 4. オークション理論の応用・発展

### オークション理論を取り巻く話題



### オークション理論を取り巻く話題

- 参加者の価値をどう見るか？
  - 価値依存モデル・共有価値モデル
- オークションの様々なルール
  - ネットオークションのさまざまな機能とその研究
- 実験経済学とオークション

## 参加者の評価額(価値)をどう見るか？

- ここまでは、参加者の評価額は、参加者自身が確実に分かっている、独立であると考えてきた
  - 個人価値独立モデル(private independent value)
  - 美術品・収集品など
- 一般には、お互いの価値の分布が相関したり、価値が依存するモデルが考えられる
  - 価値依存モデル(interdependent value)
  - 関連価値モデル(affiliated value)
  - 後に市場で売買されることが目的の財(国債)
  - 石油探掘権・オリンピックの放映権

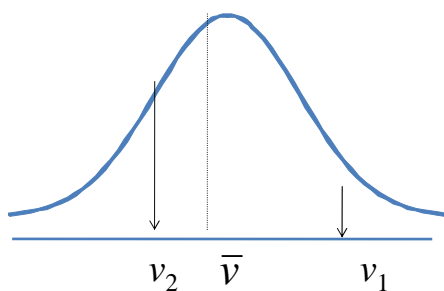
2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#43

## 共通価値モデル

- 価値依存モデルの極端なケース
- 財の価値は各参加者で同じ
- しかし各参加者は誤差をもってそれを観察
- 油田の探掘権などのモデル



参加者  $i$  の財に対する価値  $v_i$

$$v_i = \bar{v} + \varepsilon_i \quad \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#44

## Winner's Curse (勝者の災い)

- 5人の共通価値モデル、セカンドプライスオークション
- 参加者1が観察した評価額は  $v_1=5$  であった
- 参加者1は評価額を正直に入札するべきか？
- 5人が観察した評価額はそれぞれ  $v_1=5, v_2=4, v_3=3, v_4=2, v_5=1$  であったとする
- 全員が正直に自分の評価額を入札すると？
- 参加者1がセカンドプライス 4 で落札
- しかし財の共通価値の良い推定値は5人の評価の平均 3

$$E[\bar{v}] = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5}{5} = 3$$

落札者は推定価値より高い価格で落札



Winner's Curse #45

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

## 共通価値・相互依存価値でのモデル

- 合理的なプレイヤーは、勝者の災いが起きないように戦略を計算する
- 戦略の計算が複雑になる
- セカンドプライスとイングリッシュオークションは同じ戦略にならない
  - イングリッシュオークションでは、他者が脱落した時点で他社の評価額に関する情報が入手でき、戦略を更新する
- セカンドプライスでも自己評価額を正直に入札するわけではない
- 収益等価定理は成立しない

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#46

## さまざまなネットオークション機能と研究

- 最低落札価格 (留保価格, reservation price)
  - 売り手は、ある価格以下では売らないとする機能
  - 公開するか、隠しておくか
  - どのような効果があるか、いくらに設定すると期待利益が最大となるか?
- 入札開始価格
  - いくらから始めれば良いか?
- 希望落札価格 (posted price, buy price)
  - その価格を入札すると、すぐに落札できる価格
- 自動延長機能
  - 終了時刻間際に入札が殺到する現象 (last minute bidding)
  - 終了時間を延長する (soft close) か、しない (hard close) か

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#47

## 例(ノートパソコン)

### 商品の情報

現在の価格:	41,500 円
残り時間:	12 時間 (詳細な残り時間)
最高額入札者:	なし
希望落札価格:	138,000 円
数量:	1
入札件数:	30 (入札履歴)
開始価格:	1 円
入札単位:	500 円
出品地域:	福岡県 大牟田市
開始日時:	8月 28日 20時 32分
終了日時:	8月 30日 23時 32分
オークションID:	165169669

### 注意:

- 早期終了する場合があります。
- 設定された最低落札価格にまだ達していません。
- 海外発送はしません。(Seller will not ship internationally.)
- このオークションには138,000 円が希望落札価格に設定されています。
- 入札者評価制限: あり (評価の合計がマイナスの方は入札できません)

この価格に達したならば、即落札

開始価格を小さくして目を引かせる

留保価格を設定してリスクを回避

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

48



## 実験経済学とオークション

### • 実際のYahoo! オークション

時刻	入札者と 入札額	そのときの最高入札額と 最高額入札者	
05:41	オークション開始		
10:51	perotting 10,000	perotting	10,000
16:08	haragold 11,000	haragold	10,500
19:17	jou007p 11,500	jou007p	11,500
21:13	naitoponta 31,000	naitoponta	12,000
21:22	kazmailbb 13,000	naitoponta	13,500
21:47	haragold 15,000	naitoponta	15,500
21:47	haragold 16,000	naitoponta	16,500
23:52	makosw20 18,000	naitoponta	18,500
09:55	haragold 19,000	naitoponta	19,500

多くの参加者が  
何度も入札する



合理的な行動？

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

#49

## 情報・非合理性・実験経済学

- 何度も入札し直す参加者
- 終了時間間際に、入札が殺到する
- 合理的な個人で説明できるか？
- **Yes! --- 相互依存価値モデルで説明**
  - 他者の「情報」が入ったので、参加者の評価額が変化した
- **No!**
  - 必ずしも人間は合理的な行動を取るとは限らない
- 実験経済学
  - 古くから、オークションの実験はかなりなされてきた

現実のオークションの設計には、理論だけではなく、実験と実証など、あらゆる方法論が必要とされる

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

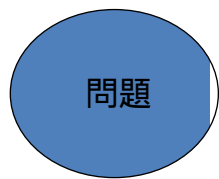
50

## 制度・市場・人間を対象とする新しいIOR

理論的分析手法  
 •ゲーム理論  
 •ミクロ経済学  
 •数理計画

実験とシミュレーション  
 •実験経済学  
 •マルチエージェント  
 •ゲーミングシミュレーション

社会学・経営学的手法  
 •インタビューとアンケートによる調査  
 •フィールドワーク  
 •統計的データ分析



2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

51

## END

北京五輪 ソフトボール米代表 ロー選手サインボールのオークション

### Yahoo!オークション-商品詳細

オークション > エンターテインメント > スポーツ > 土俗物

ソフトボール 米代表 ロー選手 サインボール 北京 オリンピック

#### 商品の情報

現在の価格:	6,250 円
残り時間:	1 日 (正確な残り時間)
登録購入者:	kay***** (255)
数量:	1
入札段階:	3 (三入札型)
開始価格:	5,000 円
入札単位:	250 円
出品地域:	神奈川県
開始日時:	8月24日 20時 03分
終了日時:	8月31日 21時 03分
オークションID:	971202229

注意:  
 - 落札されたら商品が郵送です。  
 - 送料負担はしません。 (Seller will not ship internationally.)  
 - 入札保証金0円 (※) (詳細の保証がマイページのマイ入札で確認してください)

2008/09/05

第5回日本OR学会中部支部シンポジウム

2

