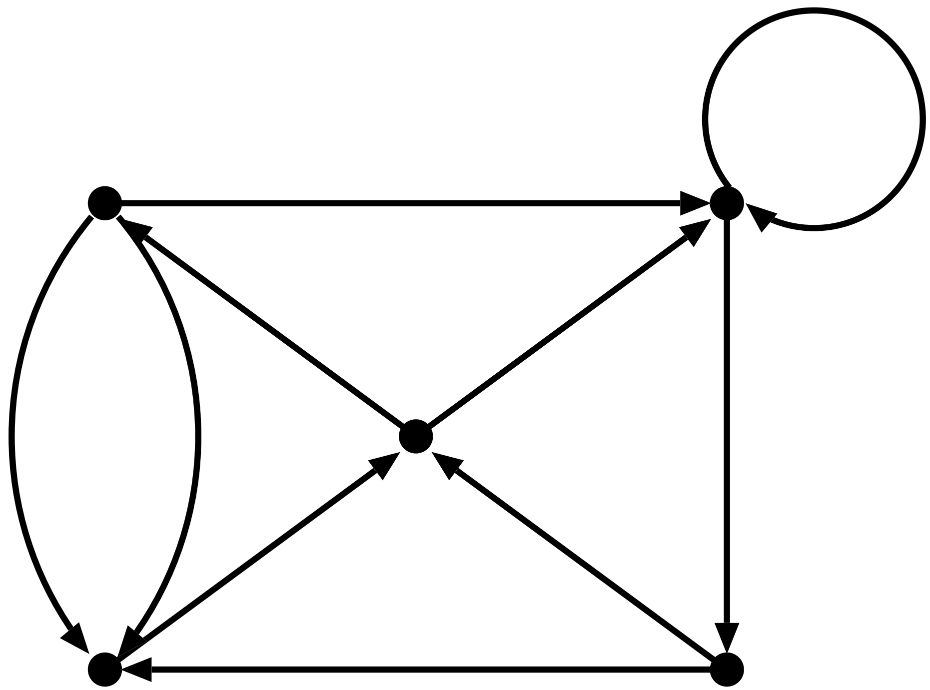
グラフとネットワーク (第1回)

静岡大学システム工学科

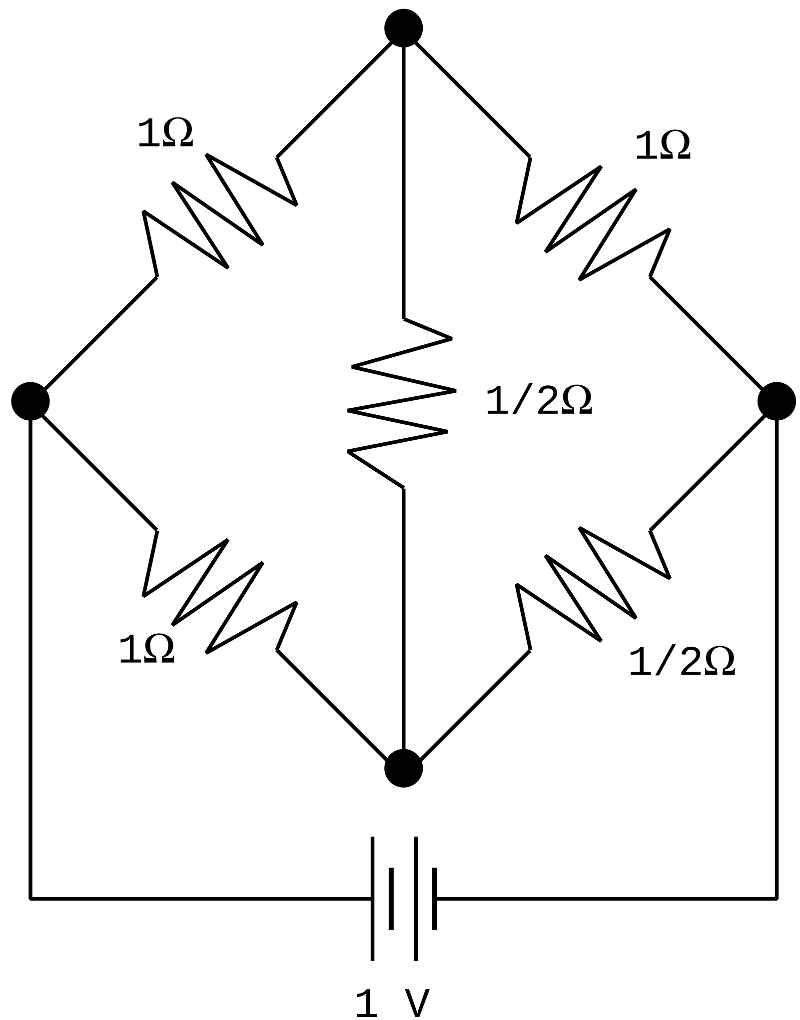
安藤 和敏

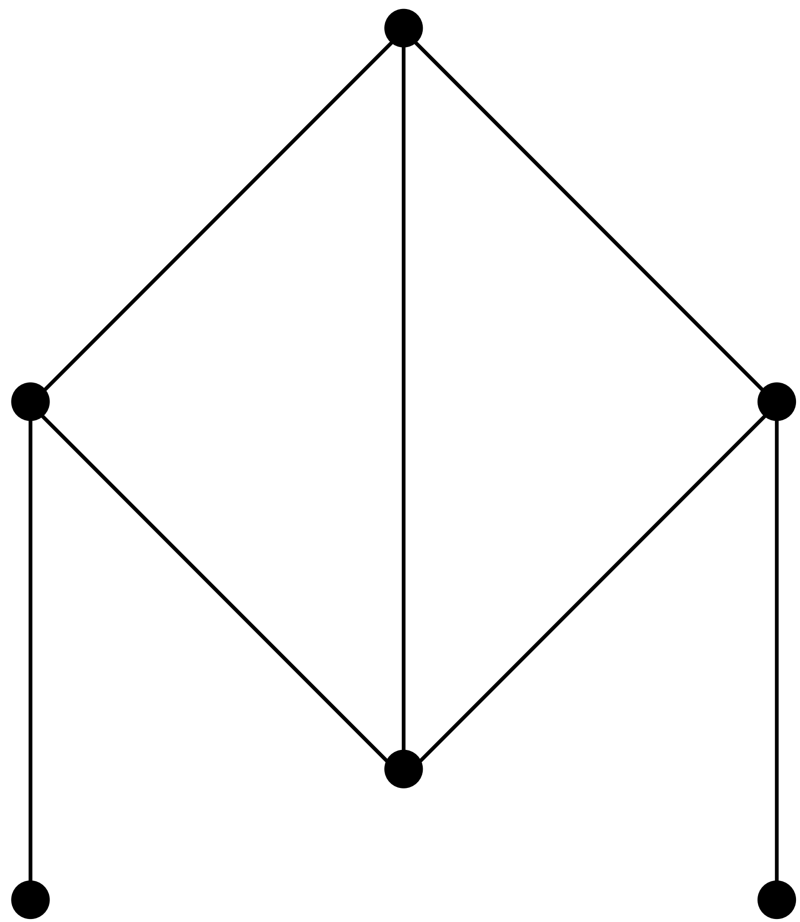
グラフ, ネットワークとは何か?

システムにおける構成要素間の「つながり」を抽象化した概念.

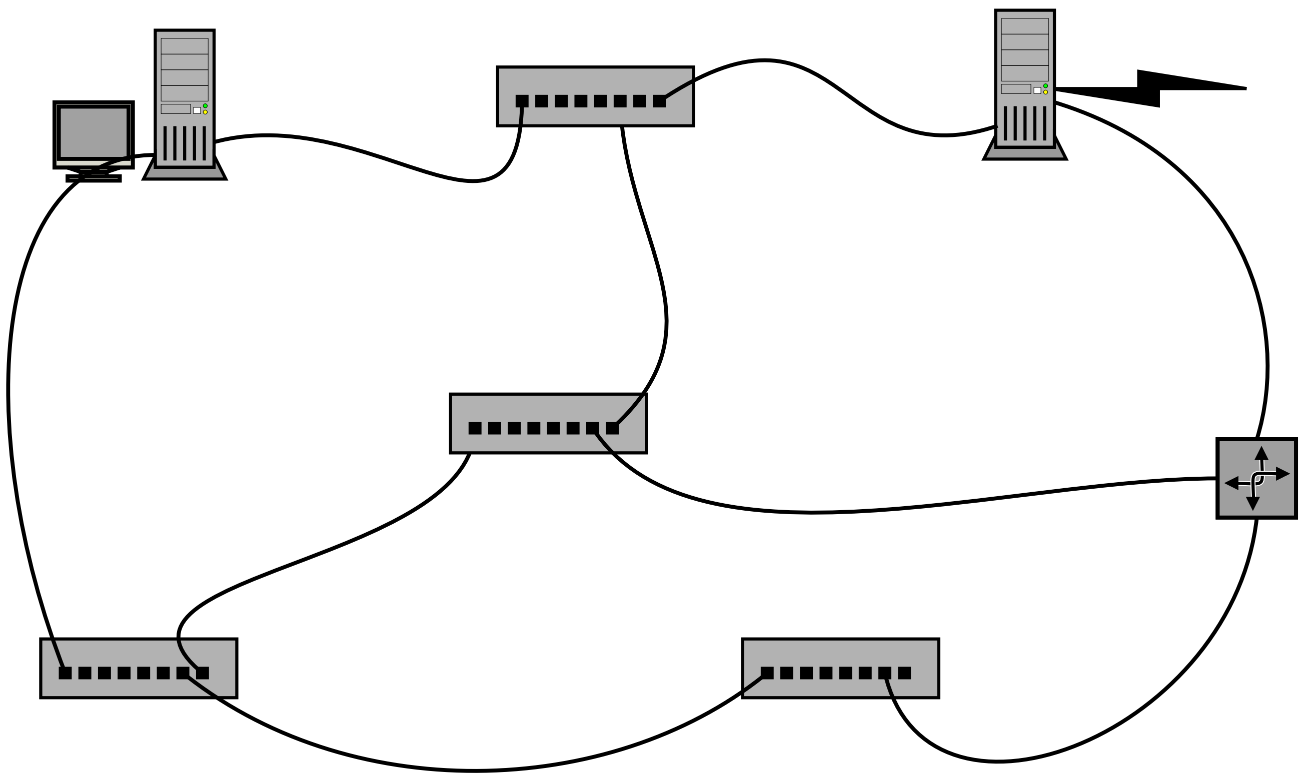


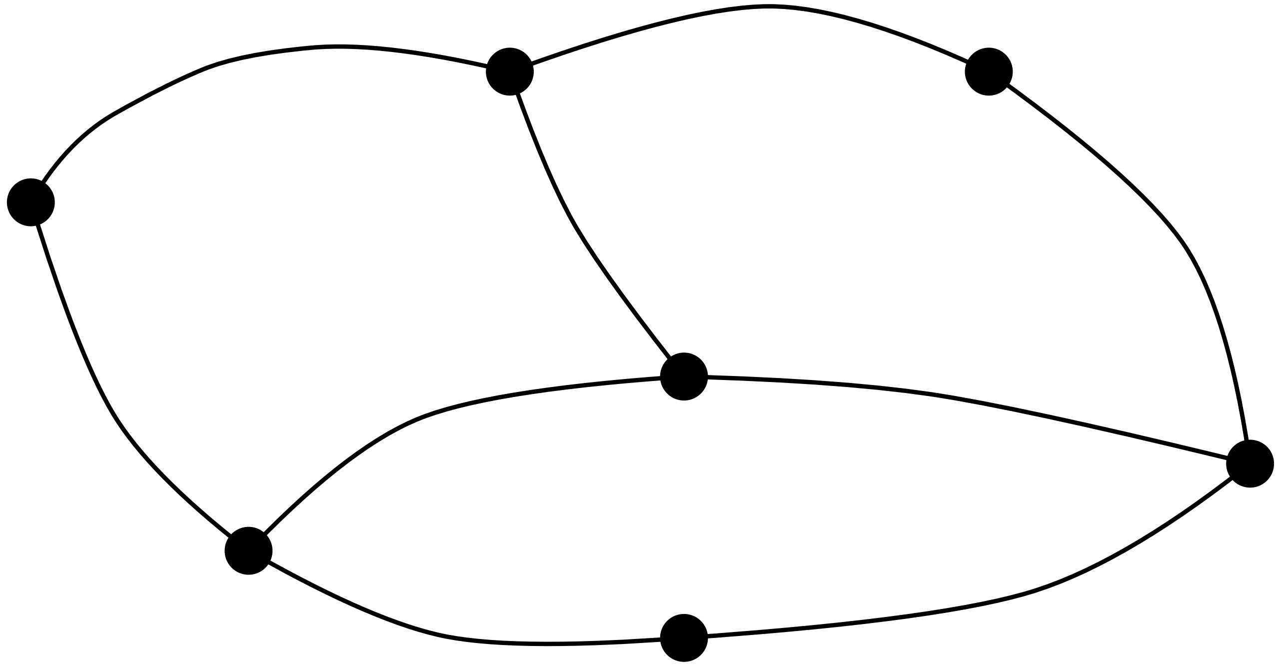
グラフの例 1 (電気回路)





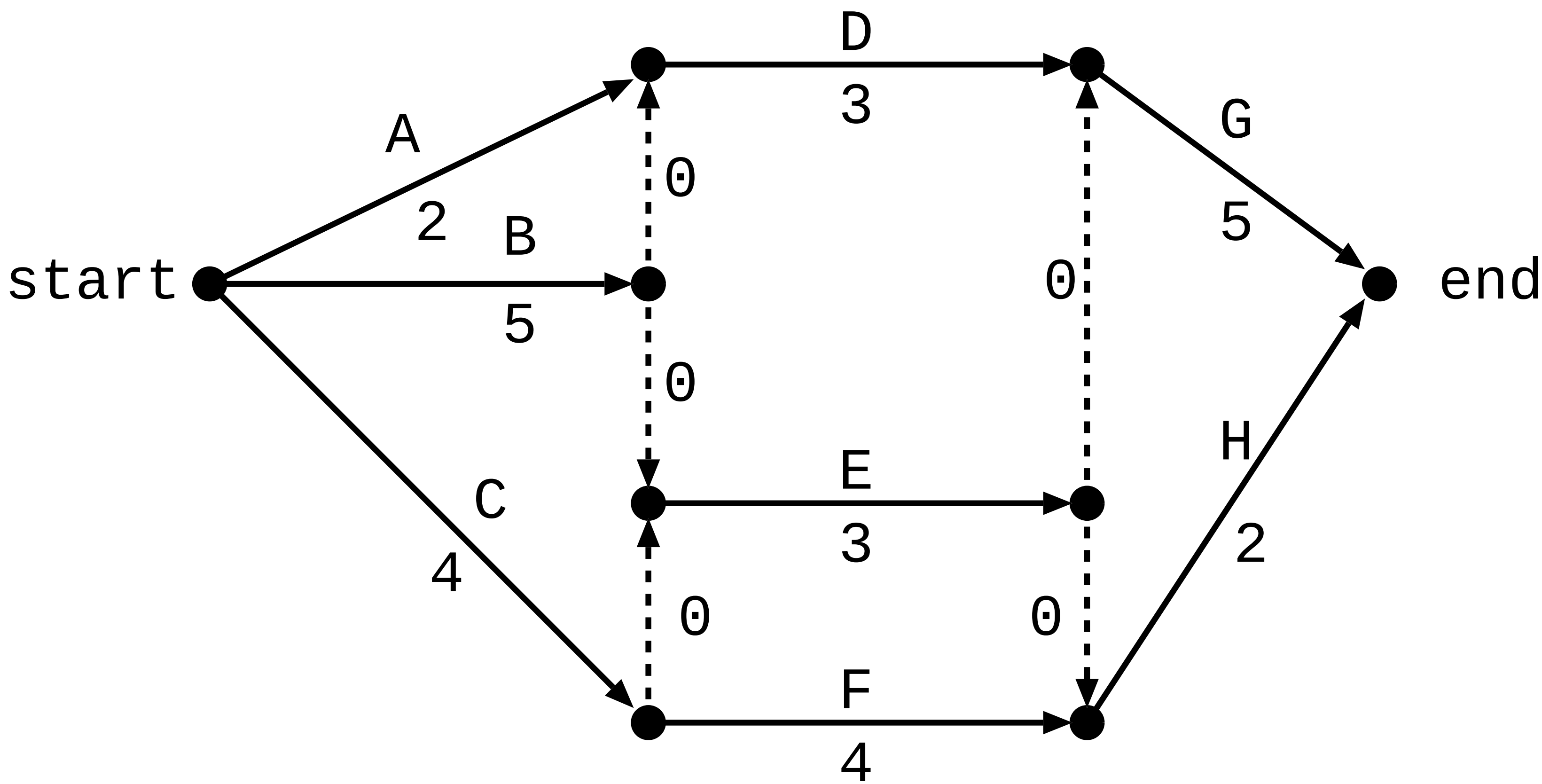
グラフの例 2 (コンピュータネットワーク)



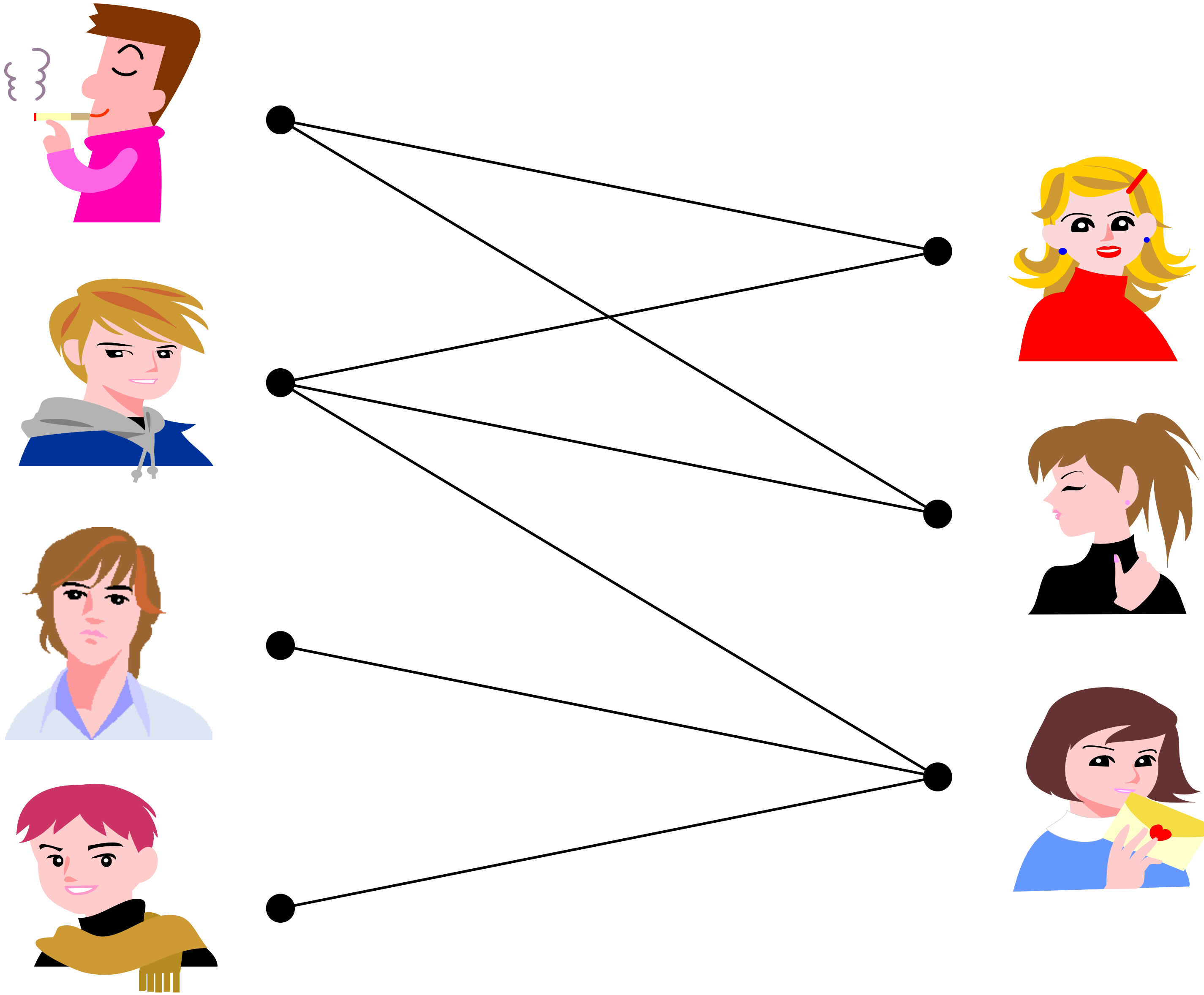


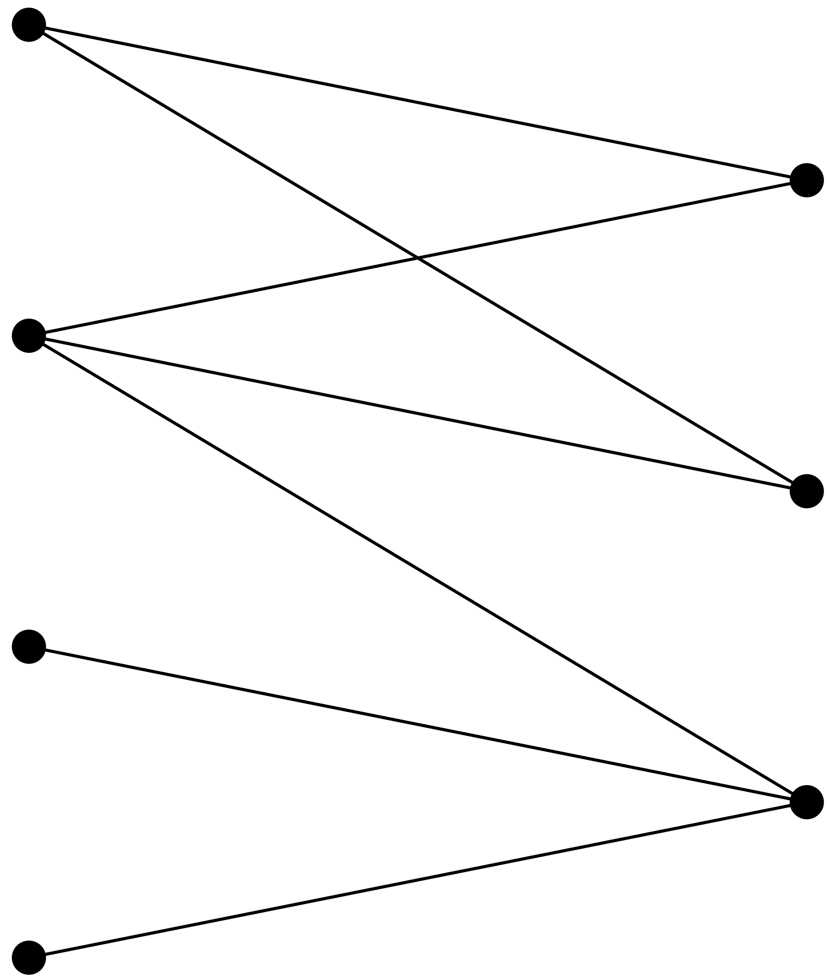
グラフの例3 (アローダイヤグラム)

作業	処理時間	先行作業
A	2	—
B	5	—
C	4	—
D	3	A,B
E	3	B,C
F	4	C
G	5	D,E
H	2	E,F


start
end
A
2
B
5
C
4
D
3
E
3
F
4
G
5
H
2
0
0
0
0
0

グラフの例 4 (男女関係)



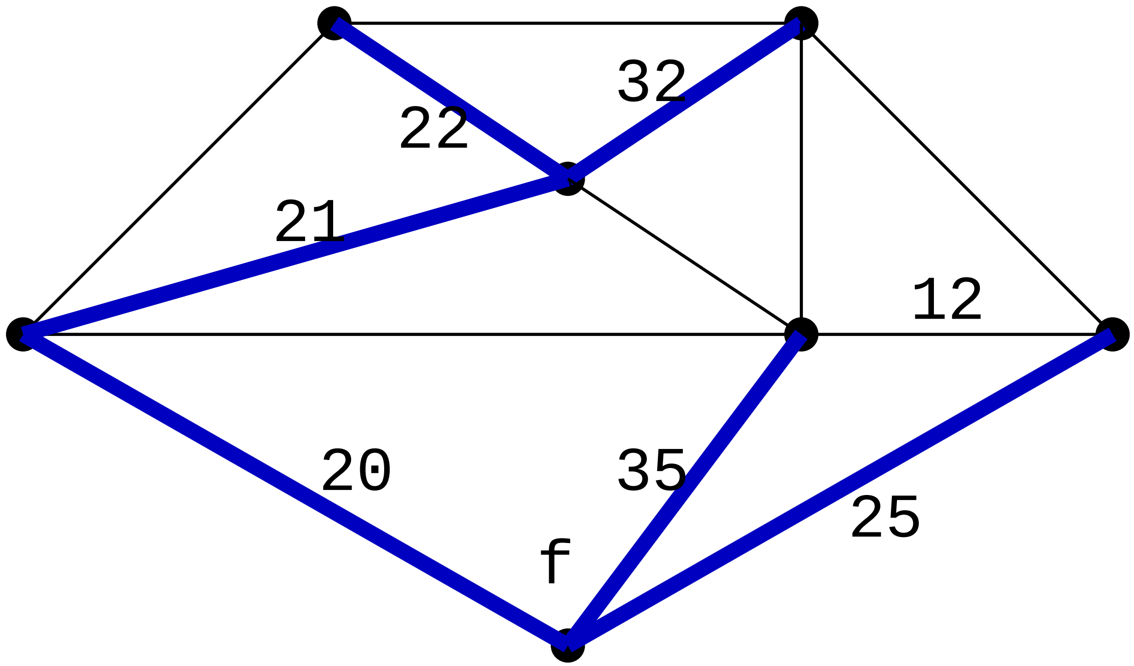


本講義で学べること

グラフについての諸概念を学んだ後, グラフやネットワーク上で定義されるいくつかの最適化問題に対するアルゴリズムについて学ぶ.
本日のガイダンスでは, 特に以下の最適化問題を簡単に紹介する.

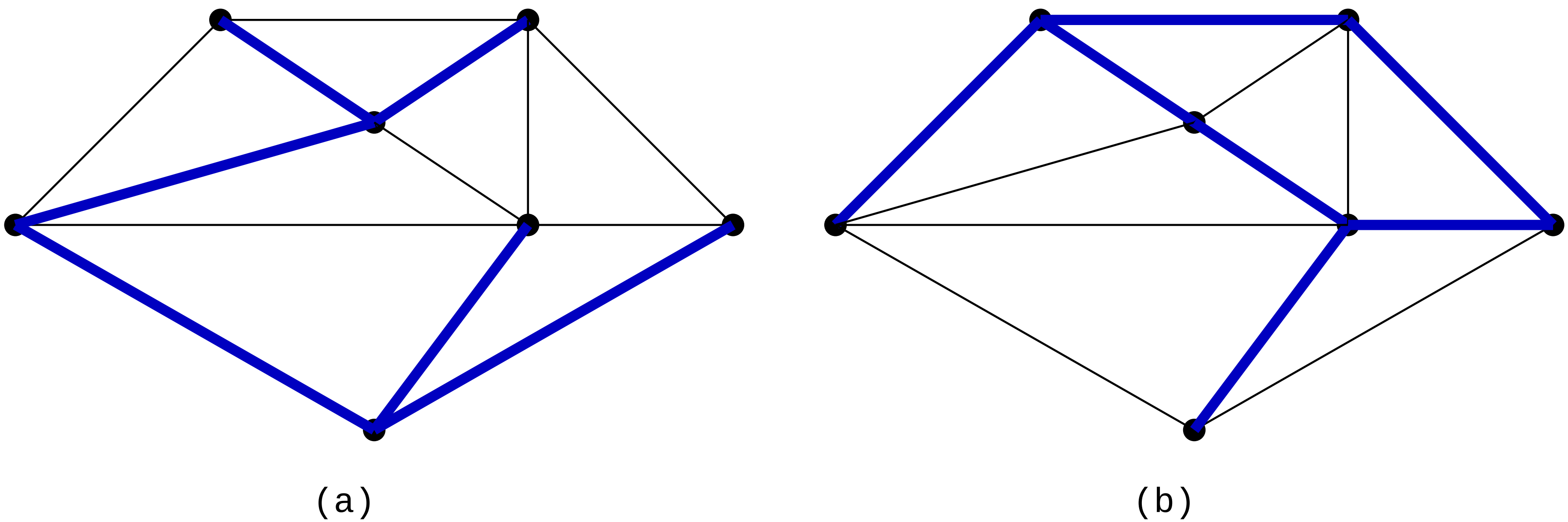
- 最小木問題
- 最短路問題
- 最大マッチング問題

最小木問題



木

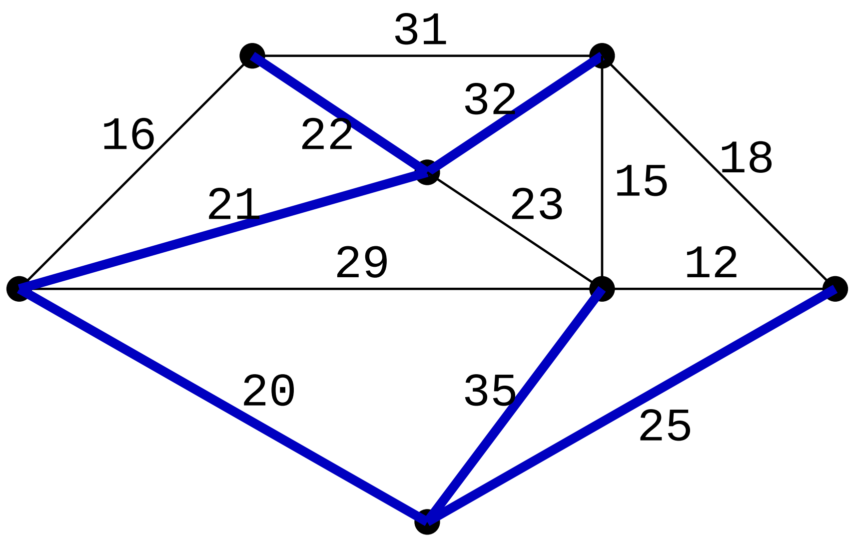
グラフの木とは, そのグラフの全ての頂点を結んでいて, かつ, 閉路を持たないような枝の集合.



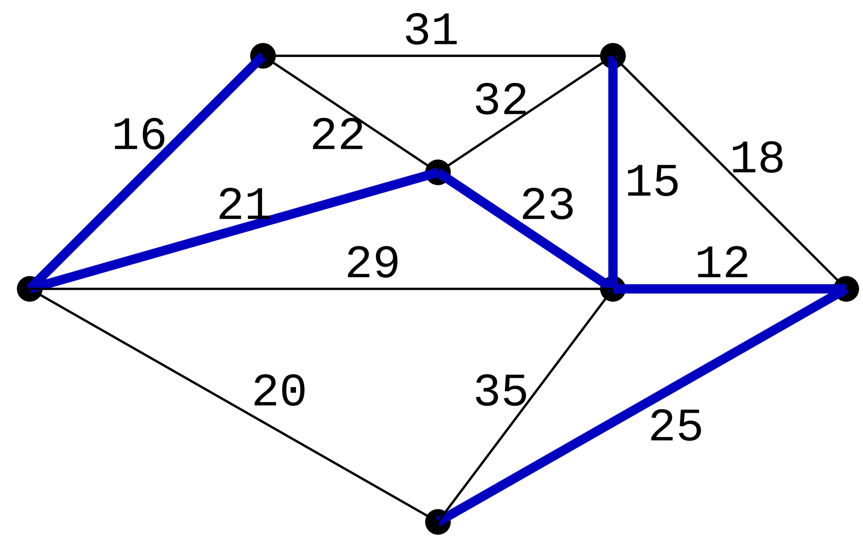
(a) 木; (b) 木でない

木の重み

木に含まれる枝の重みを全て足し合わせたものをその木の重みという.



重み= 155



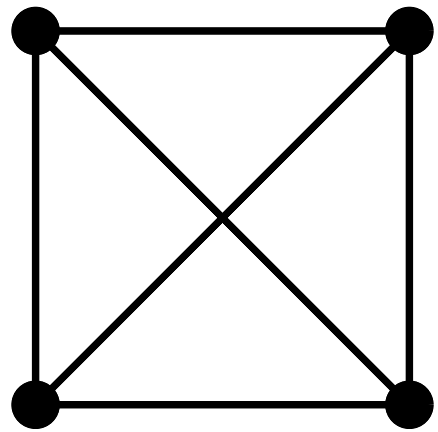
重み= 112

最小木問題

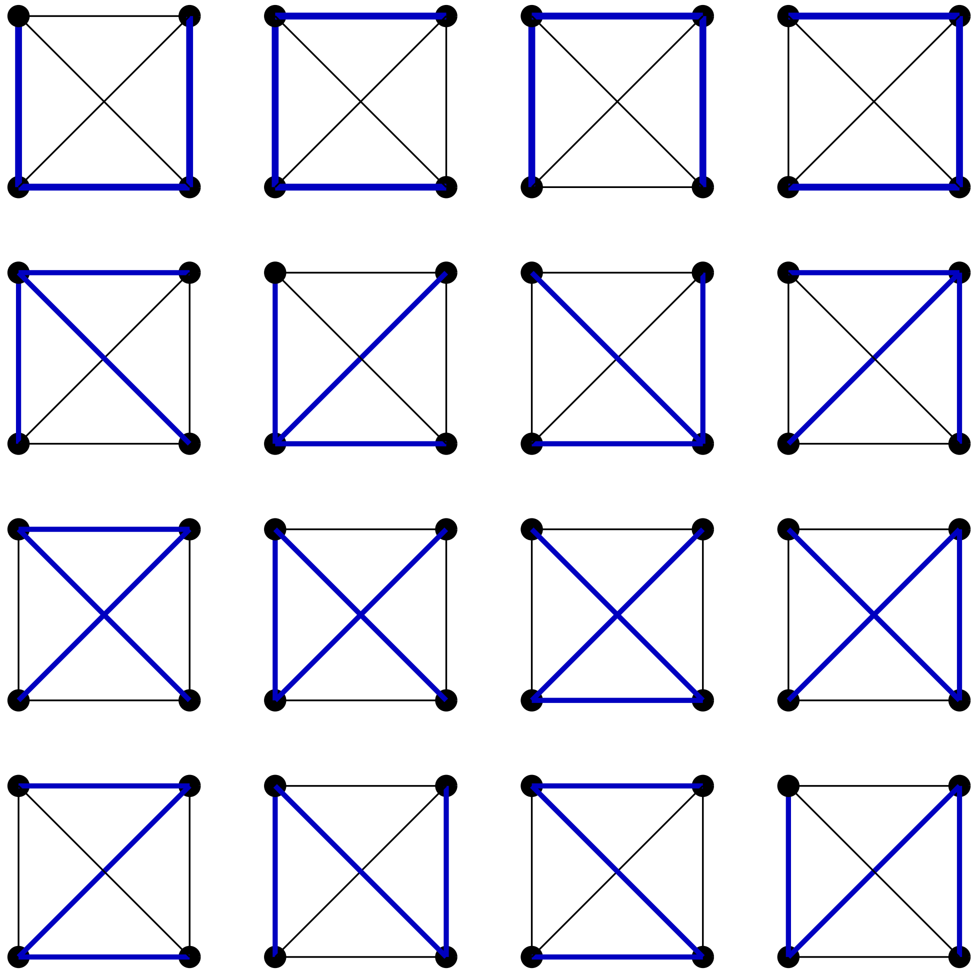
最小木問題とは, 重みが最小である木を見付ける問題である.

木の数 (1)

クイズ: 下のグラフには木はいくつあるか?



木の数 (2)



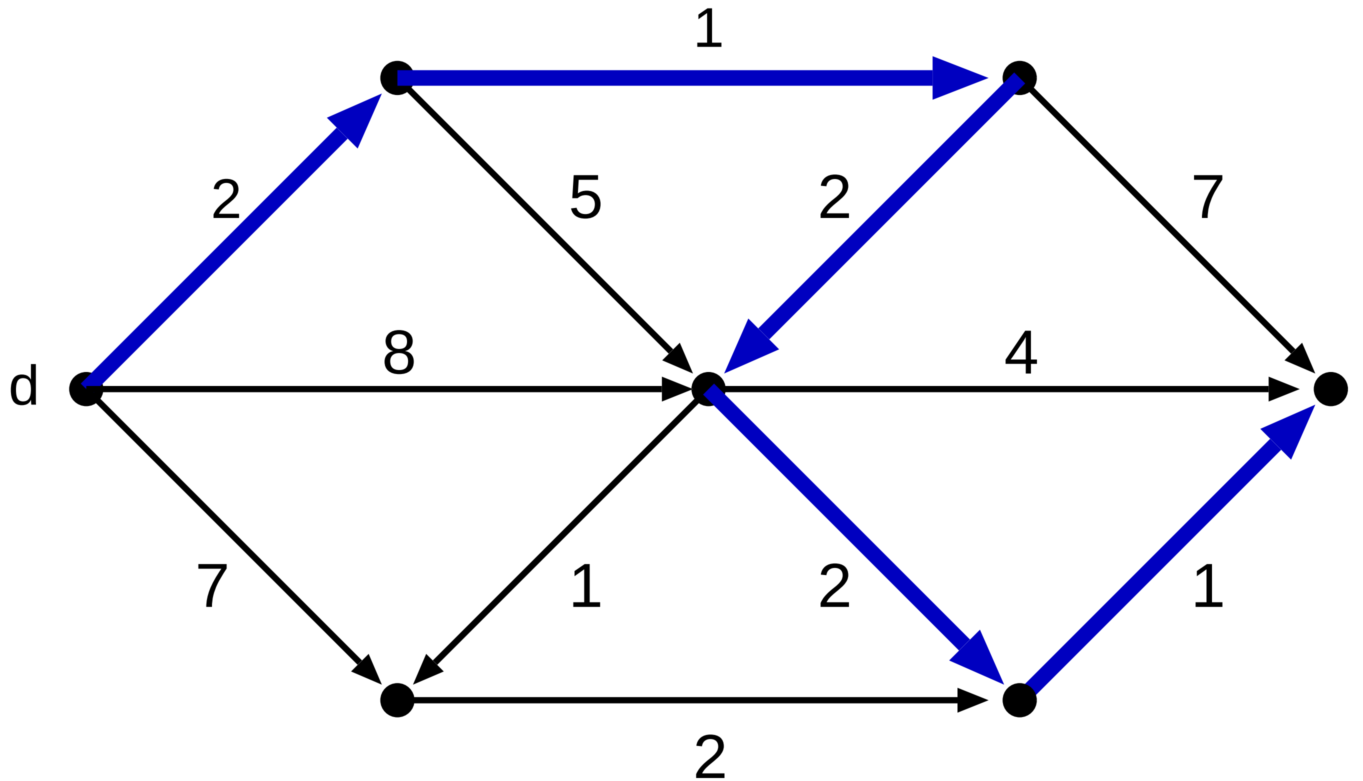
答: 16 個

最小木問題に対するアルゴリズム

一般に, 一つのグラフに対してそのグラフの木の数は膨大であるから, すべての木を考えて重みが最小のものを求めることは, 手計算ではもちろん無理であるばかりか, コンピュータを使っても無理である.

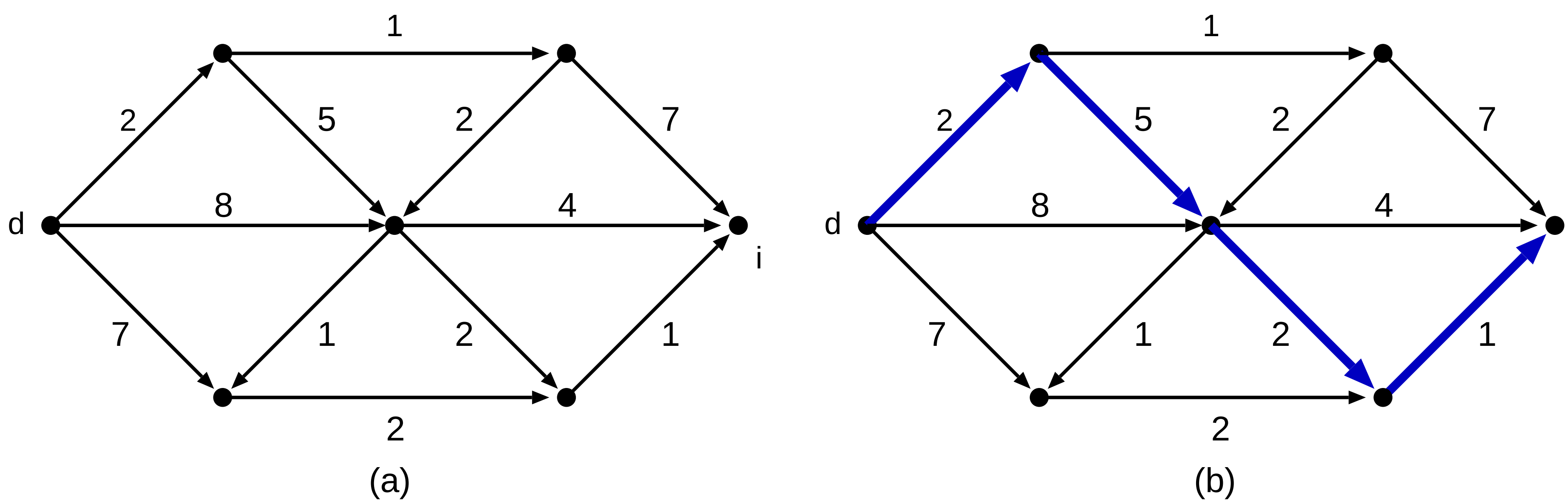
もっとうまい方法(アルゴリズム)を, この講義で紹介する.

最短路問題



有向道

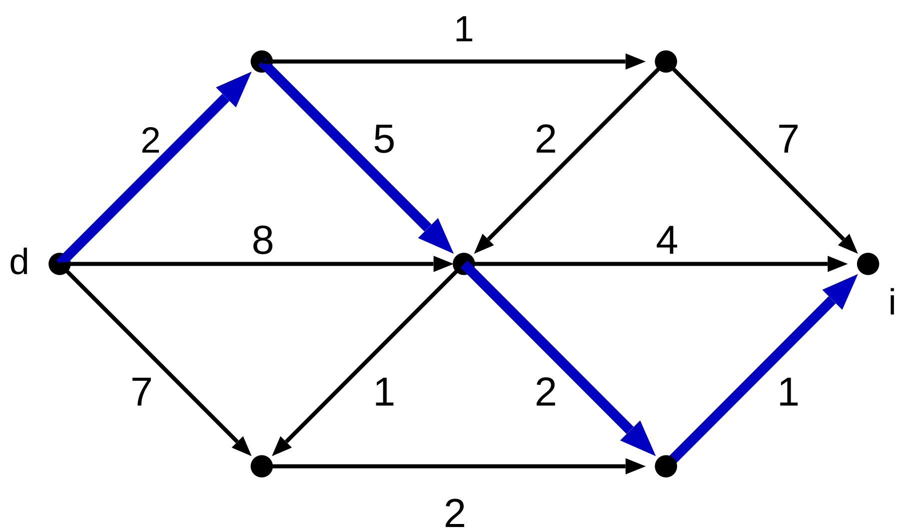
グラフの有向道とは, そのグラフを枝の向きに進んで行く経路.



(a) 有向グラフ G と枝の長さ; (b) G 中の d から i への有向道(青い枝)

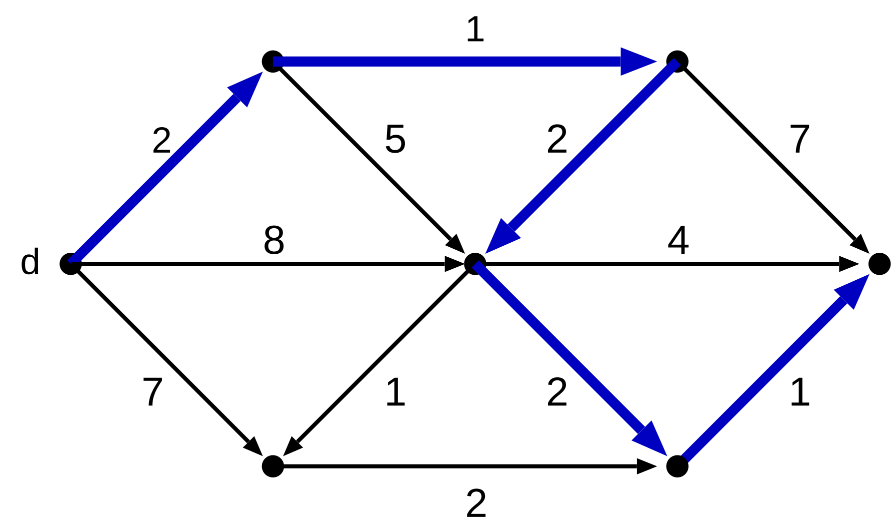
有向道の長さ

有向道に含まれる枝の長さを全て足し合わせたものをその有向道の長さという.



(a)

長さ= 10



(b)

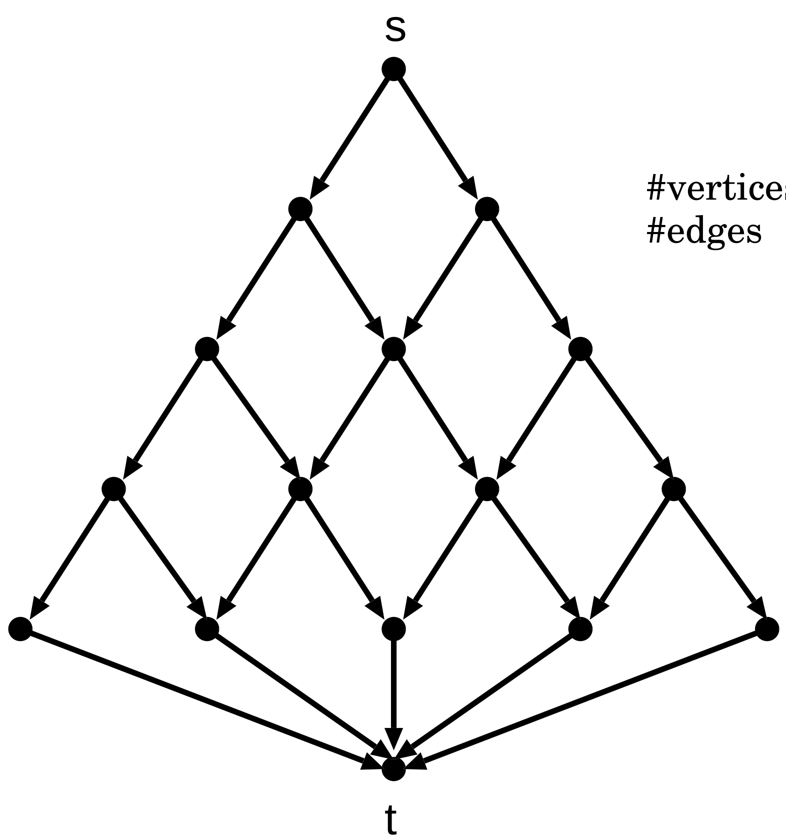
長さ= 8

最短路問題

最短路問題とは, 与えられたグラフ 2 点 u, v に対して, u から v への長さが最小の有向道を見付ける問題である.

有向道の数(1)

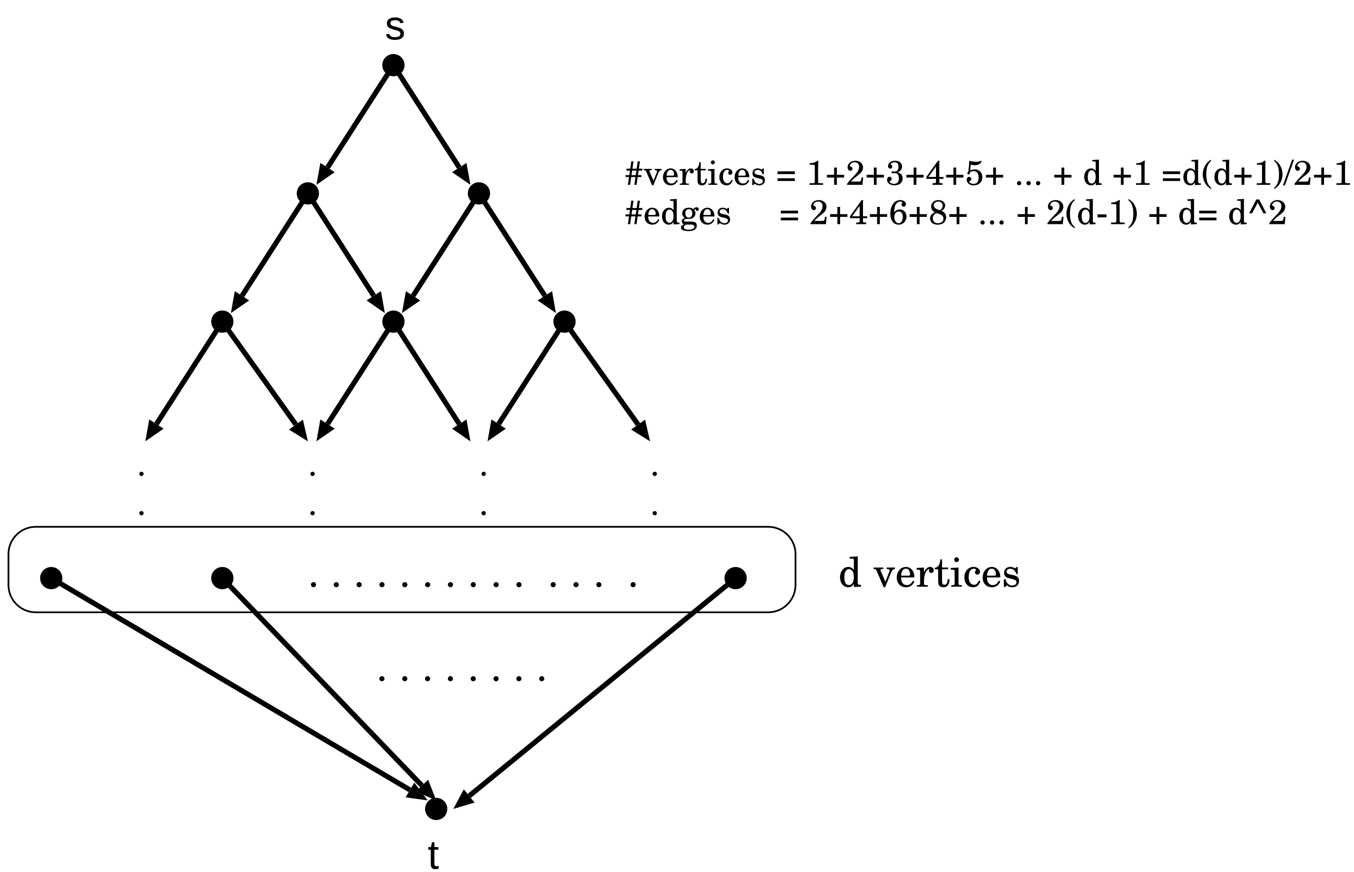
クイズ: 下のグラフには, s から t への有向道はいくつあるか?



#vertices = 1+2+3+4+5+1 =16
#edges = 2+4+6+8+5=25

有向道の数(2)

クイズ: 下のグラフには, s から t への有向道はいくつあるか?

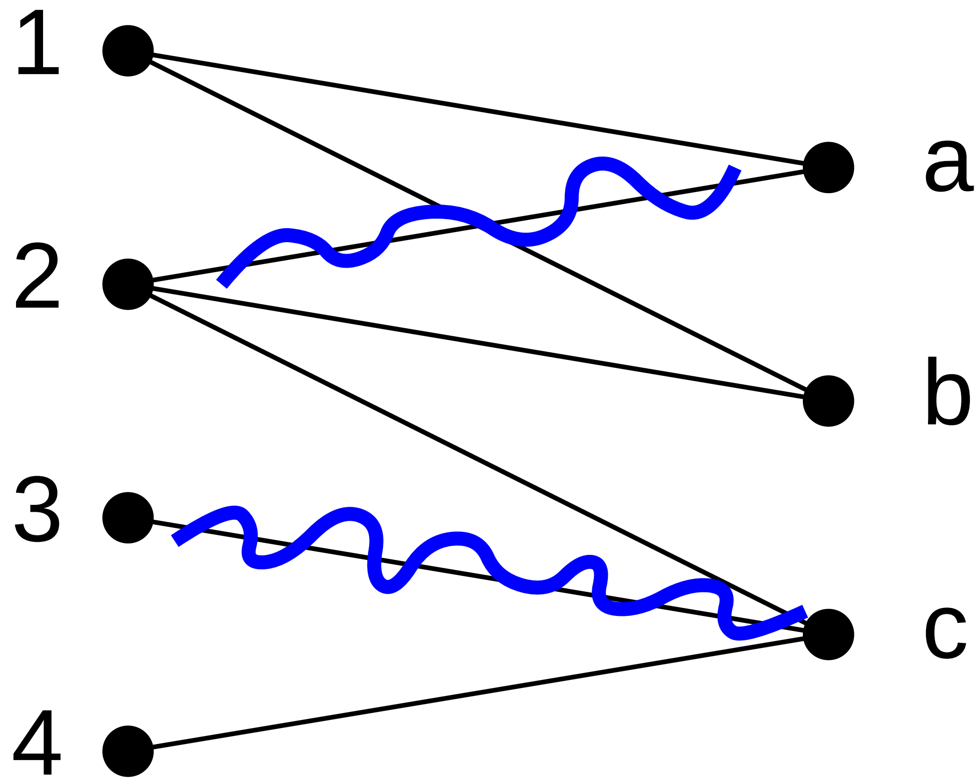


最短路問題に対するアルゴリズム

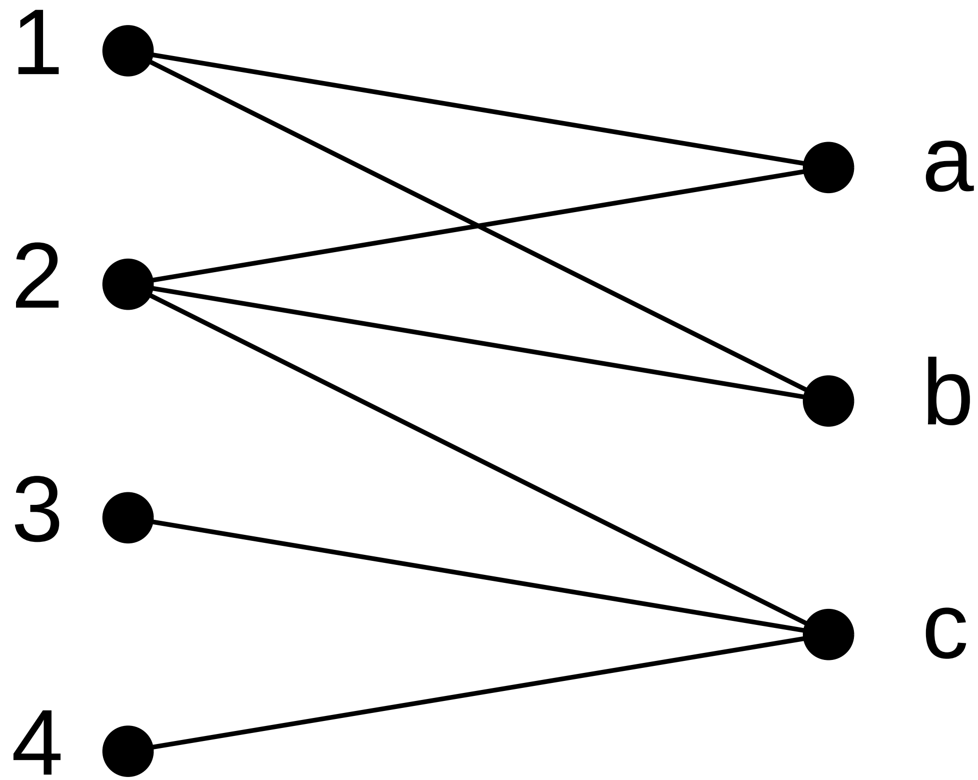
再び, 一つのグラフに対してその有向道の数は膨大であるから, すべての有向道を考えて長さが最短のものを求めることは, 手計算ではもちろん無理であるばかりか, コンピュータを使っても無理である.

もっとうまい方法(アルゴリズム)を, この講義で紹介する.

最大マッチング問題

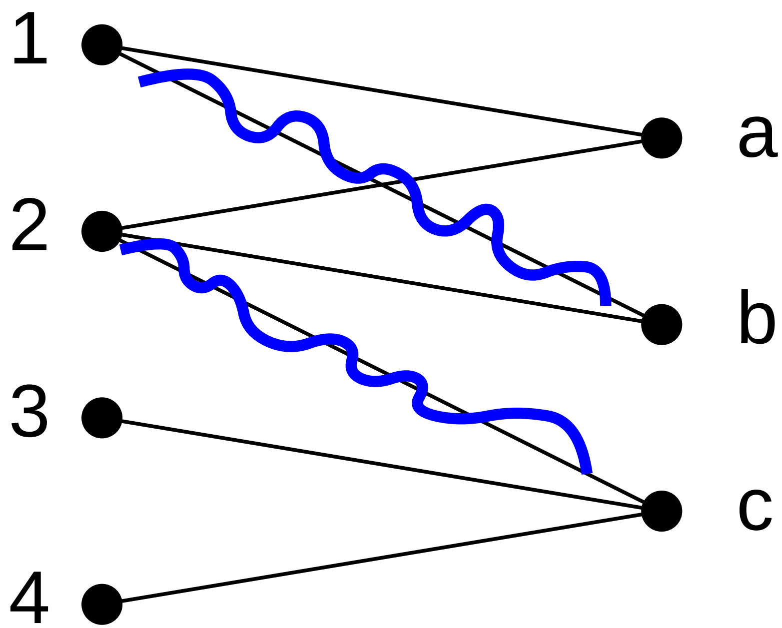


2部グラフ G

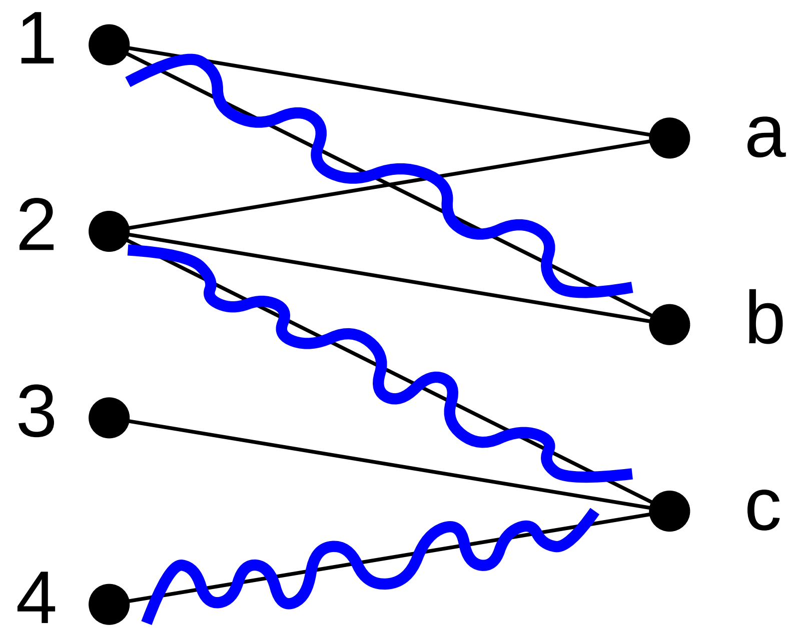


マッチング

枝の部分集合 M は, M のどの 2 本の枝も点を共有しないとき, G のマッチングと呼ばれる.



M (青い枝たち) は G のマッチング



この M (青い枝たち) は, G のマッチングではない

最大マッチング問題

枝の本数 $|M|$ が最大の G のマッチングを最大マッチングと呼び, 最大マッチングを求める問題を最大マッチング問題と呼ぶ.

この問題を素朴は方法で解くことは不可能であるので, 効率の良いアルゴリズムを用いる必要がある.

テキスト

藤重悟: グラフ・ネットワーク・組合せ論. 共立出版, 2002 年.

本講義のURL

http://
coconut.sys.eng.shizuoka.ac.jp/gn/08/