

# グラフとネットワーク (第4回)

安藤 和敏

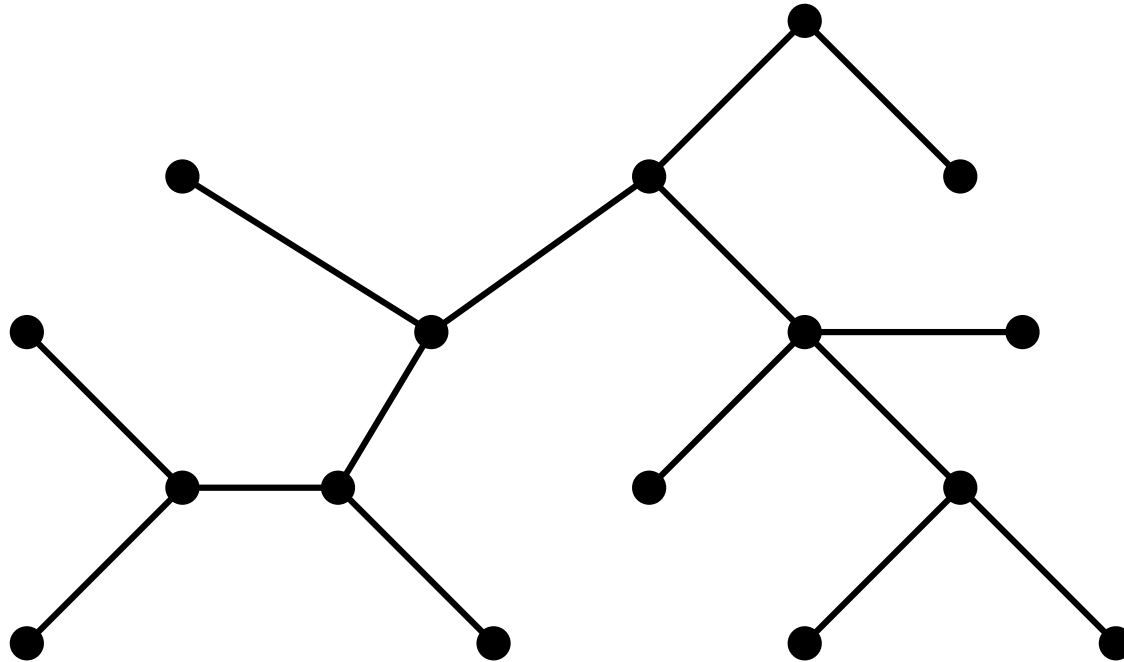
ando@sys.eng.shizuoka.ac.jp

静岡大学工学部

木

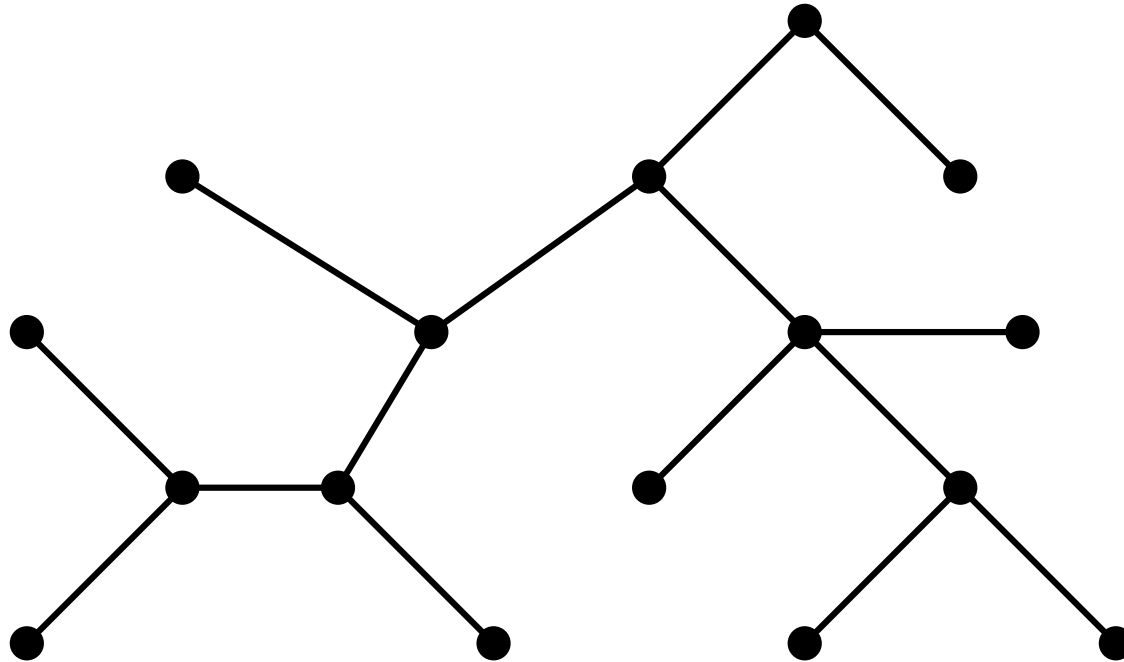
# 木

図のようなグラフは木と呼ばれる。



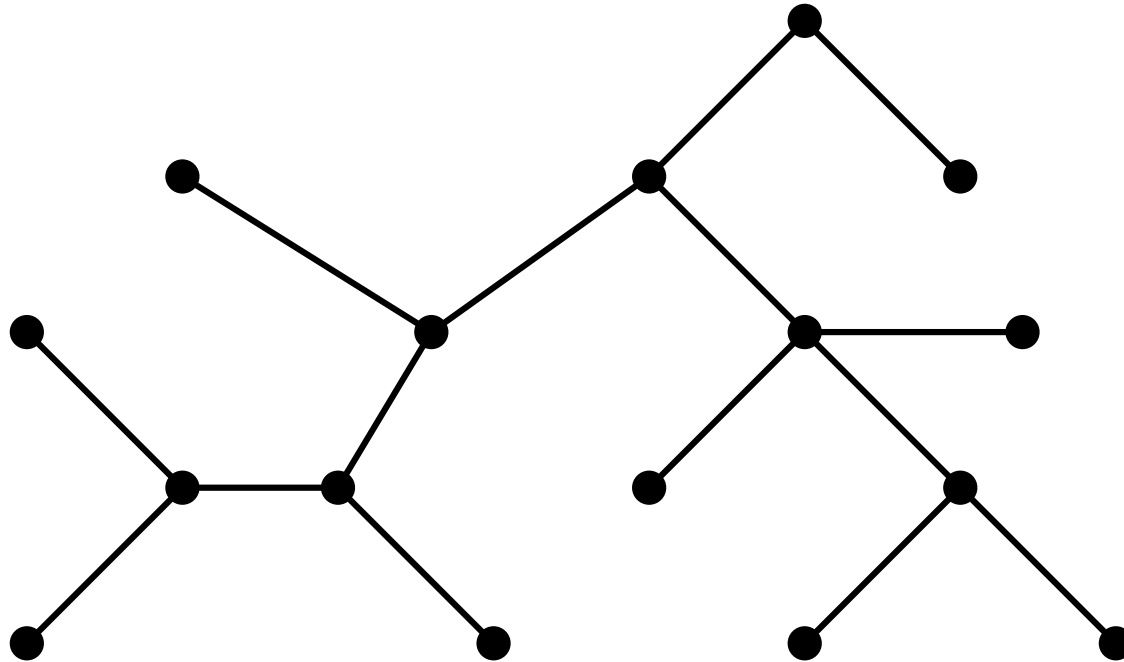
# 木

図のようなグラフは木と呼ばれる。もっと正確には、閉路が無くて連結な(つながっている)グラフを木と呼ぶ。



# 木

図のようなグラフは木と呼ばれる。もっと正確には、閉路が無くて連結な(つながっている)グラフを木と呼ぶ。

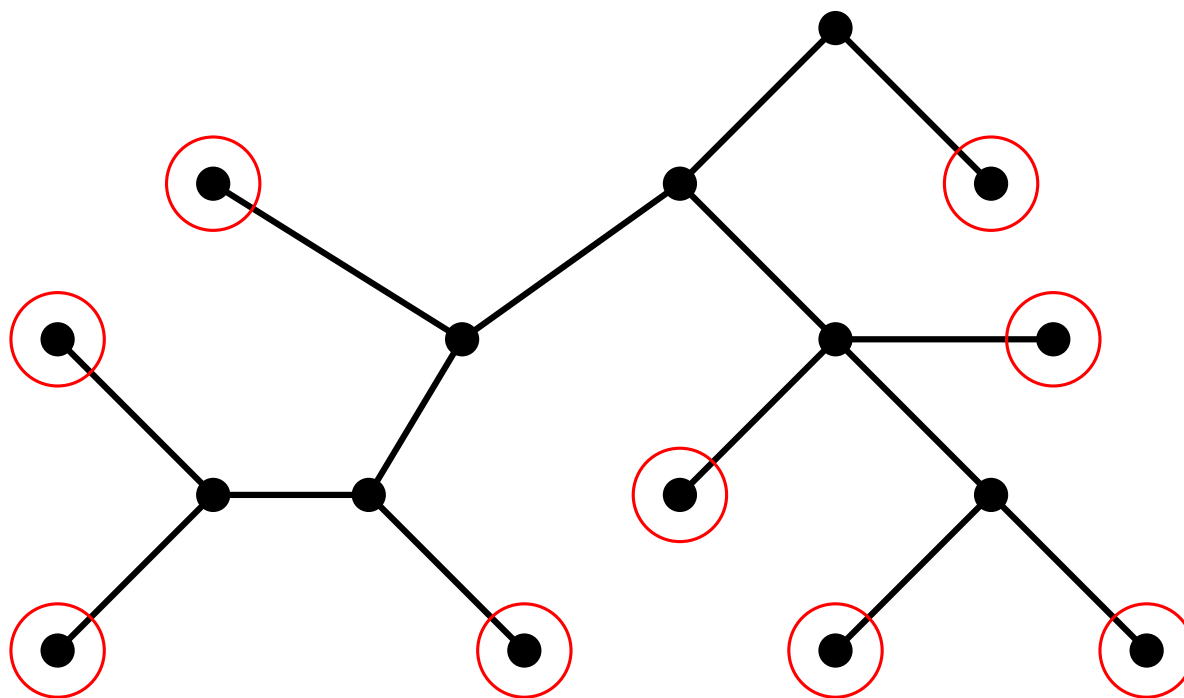


点の数が  $n$  の木の枝の本数は  $n - 1$  である。(なぜか?)

# 木 (続き)

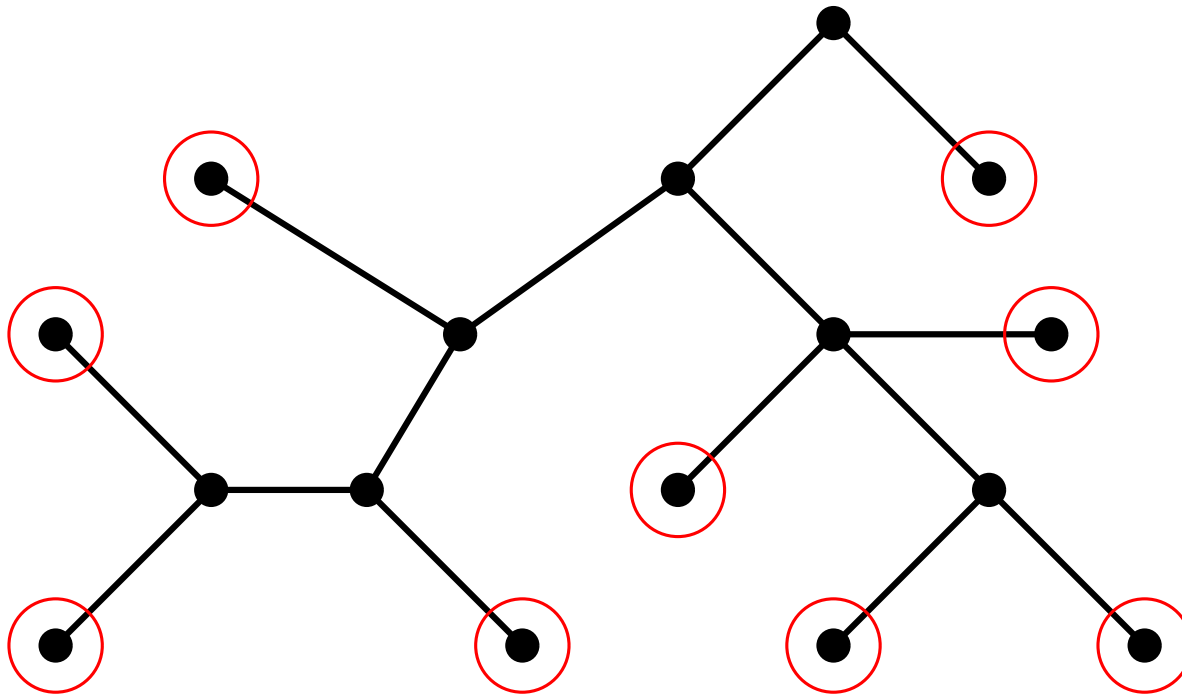
# 木 (続き)

木において、次数が1であるような点は葉と呼ばれる。



# 木 (続き)

木において、次数が1であるような点は葉と呼ばれる。



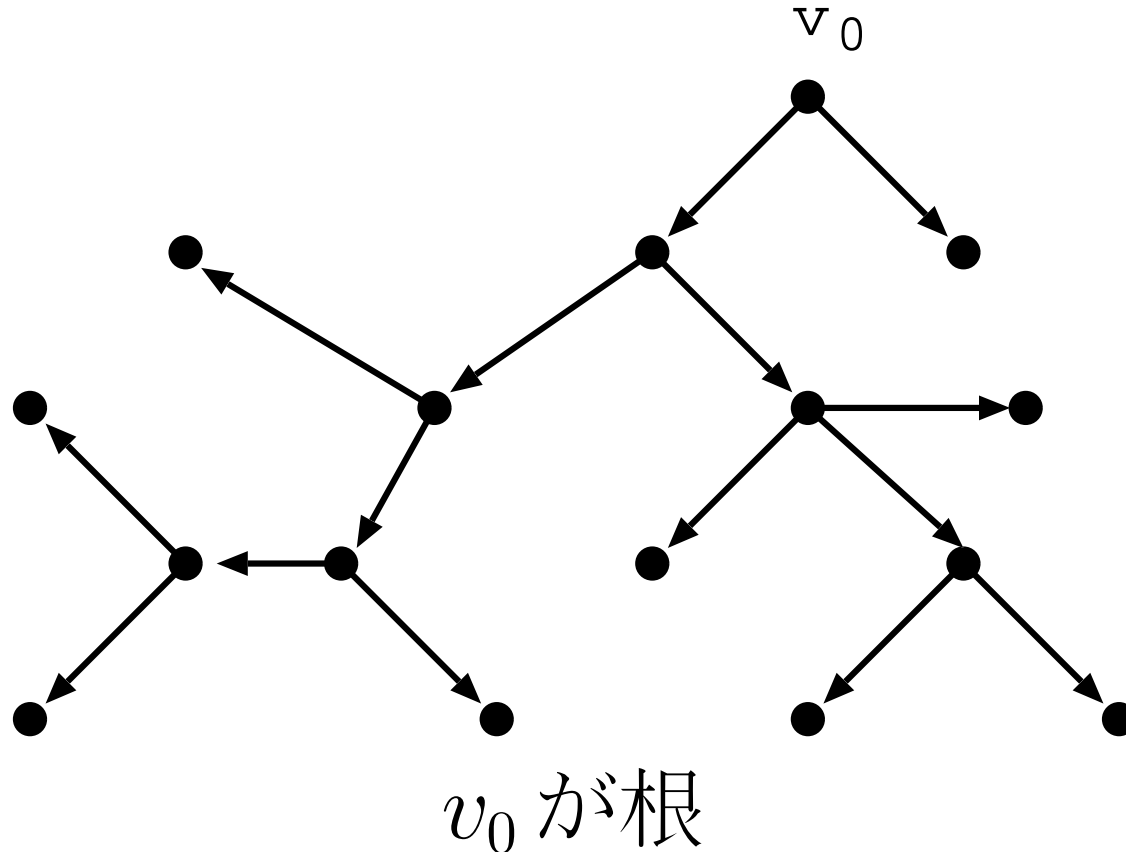
木には必ず葉が存在する。(なぜか?)



# 有向木

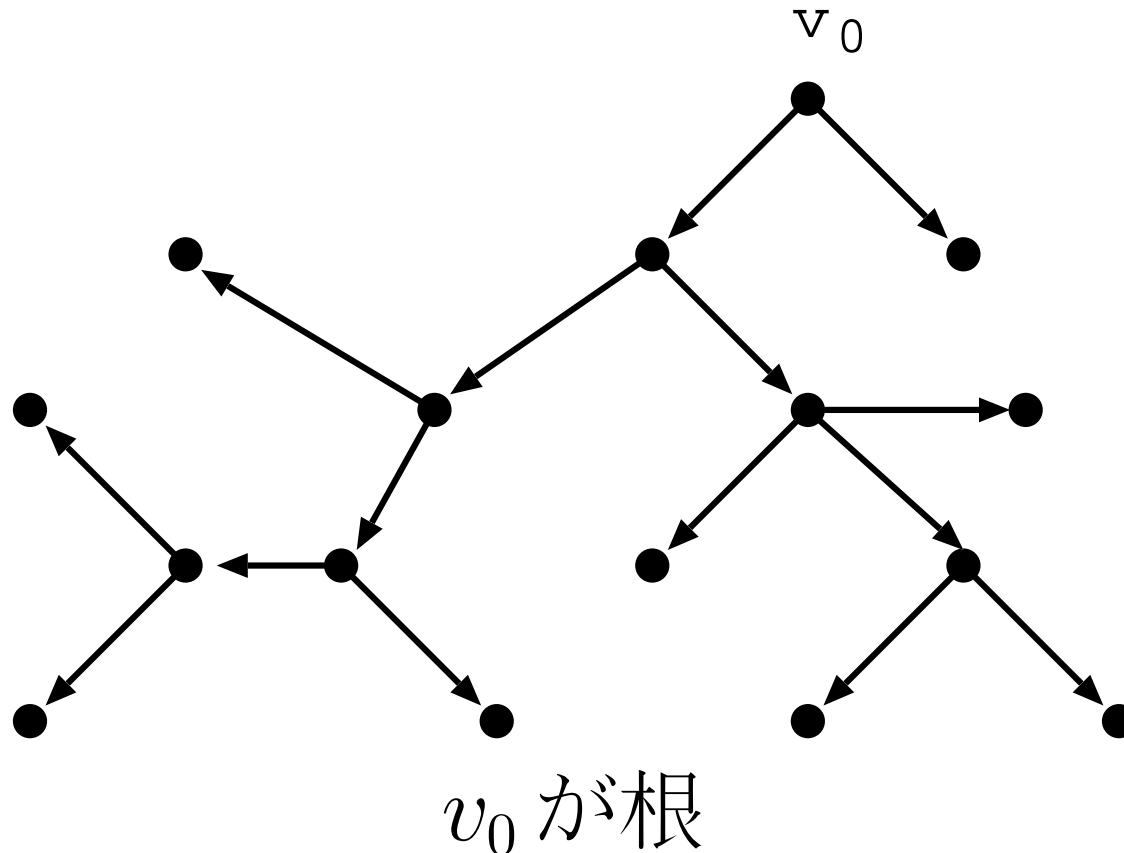
# 有向木

図のような有向グラフを有向木と呼ぶ.



# 有向木

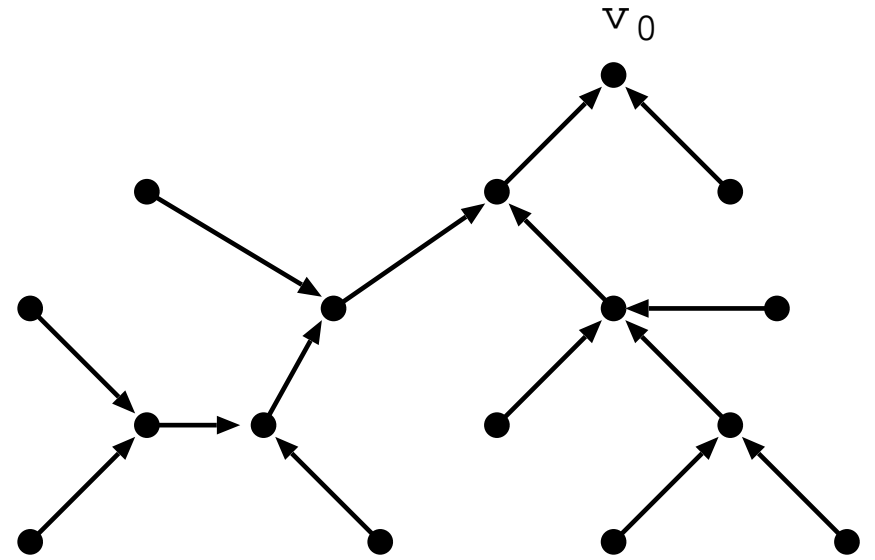
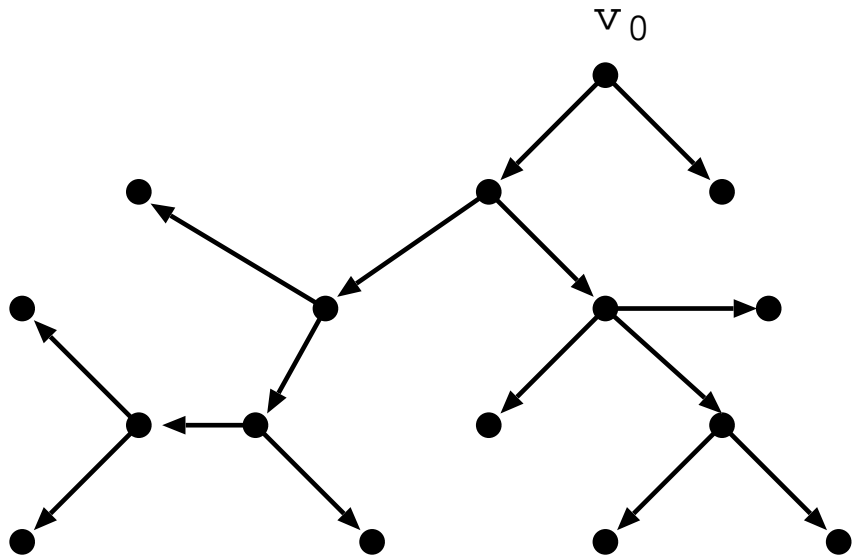
図のような有向グラフを有向木と呼ぶ。有向木では根と呼ばれる1点以外にはちょうど1本の枝が入り、根には入る枝はない。



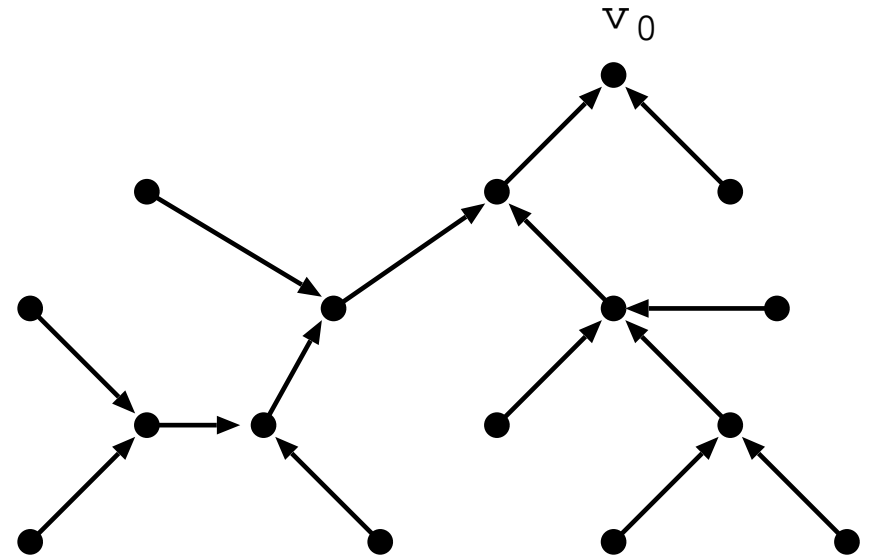
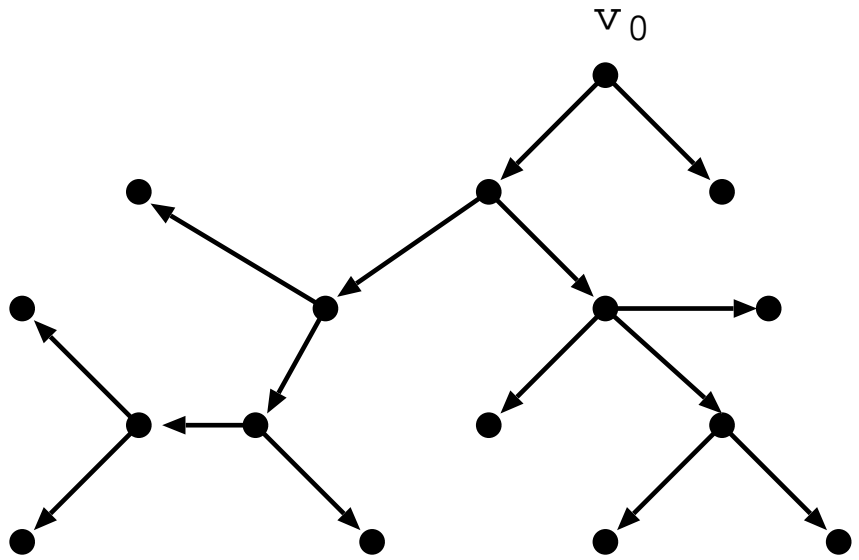
# 有向木 (続き)



# 有向木 (続き)

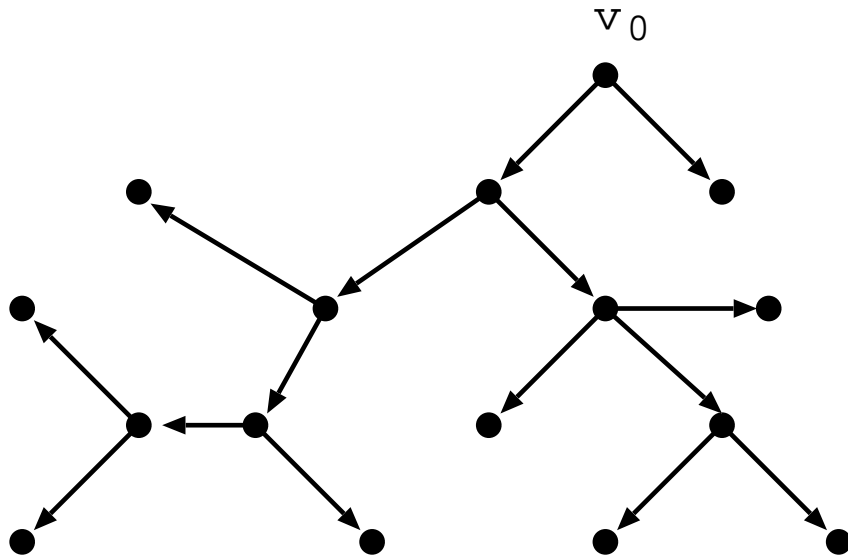


# 有向木 (続き)

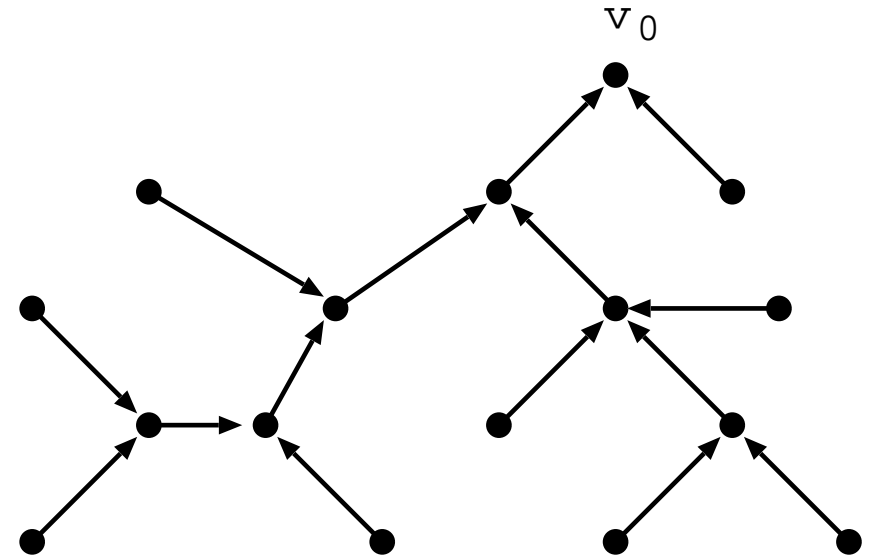


内向木

# 有向木 (続き)



外向木



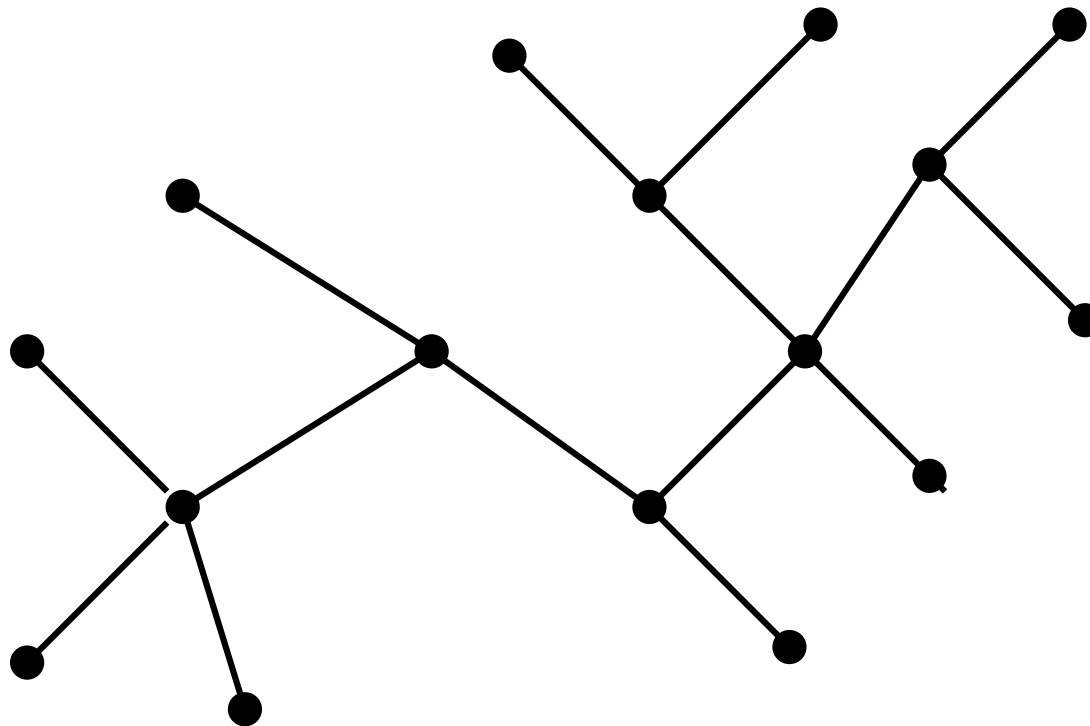
内向木



# 根付き木

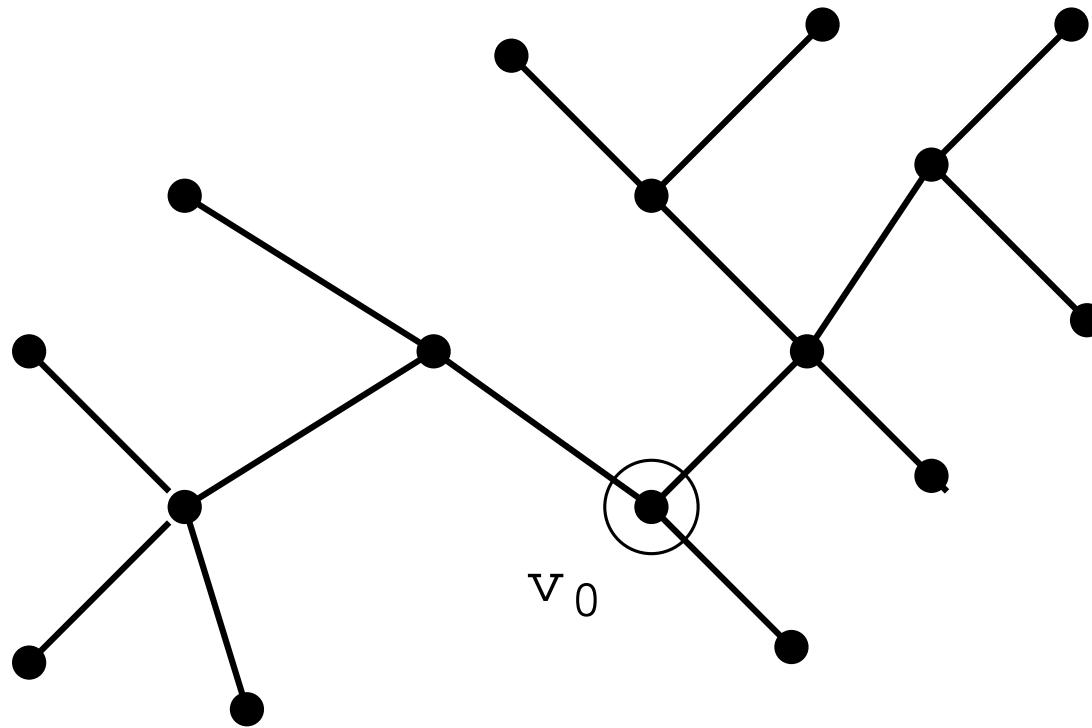
# 根付き木

無向グラフとしての木を考える.



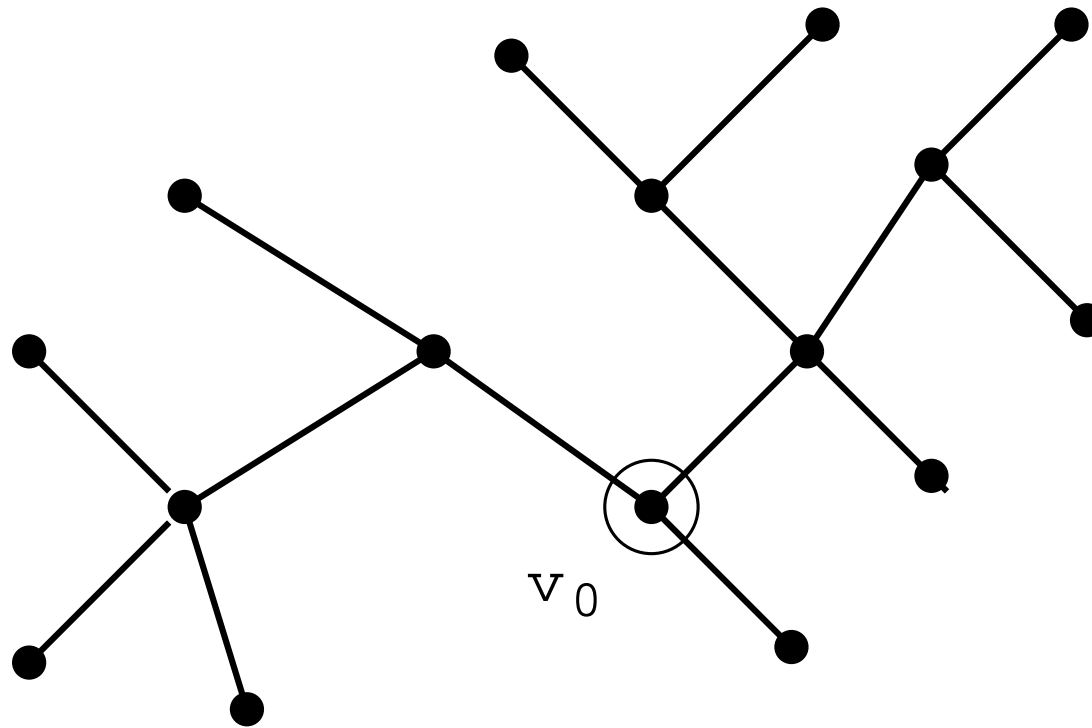
# 根付き木

無向グラフとしての木を考える. 1点を選んで, それを根と考えることができる.



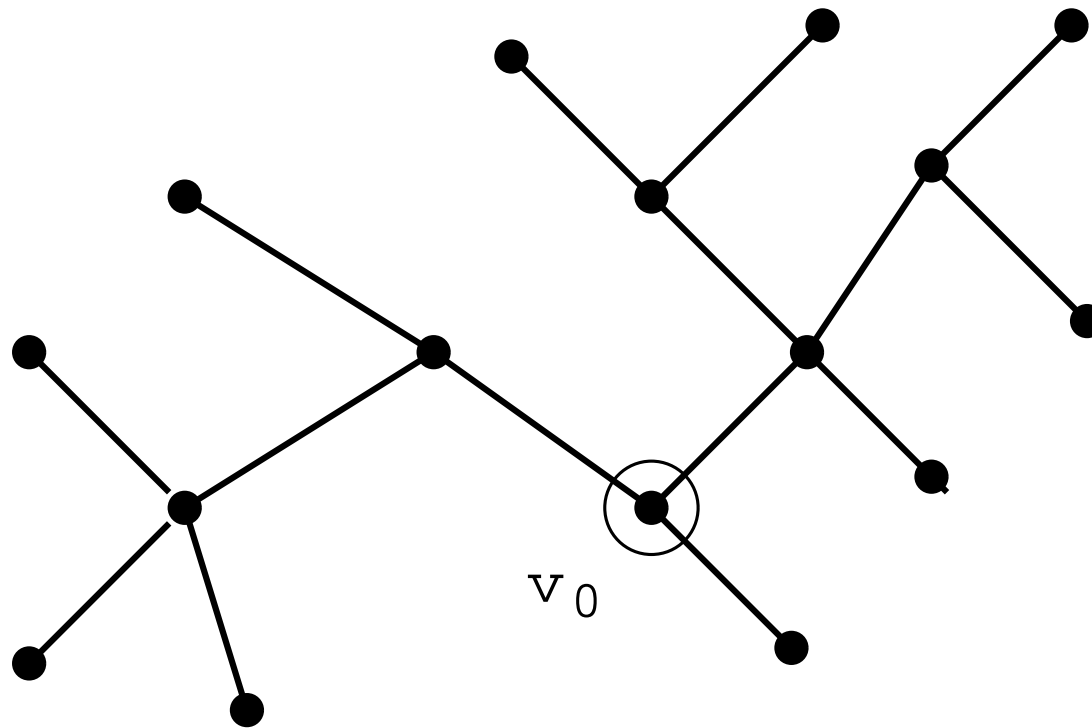
# 根付き木

無向グラフとしての木を考える。1点を選んで、それを根と考えることができる。



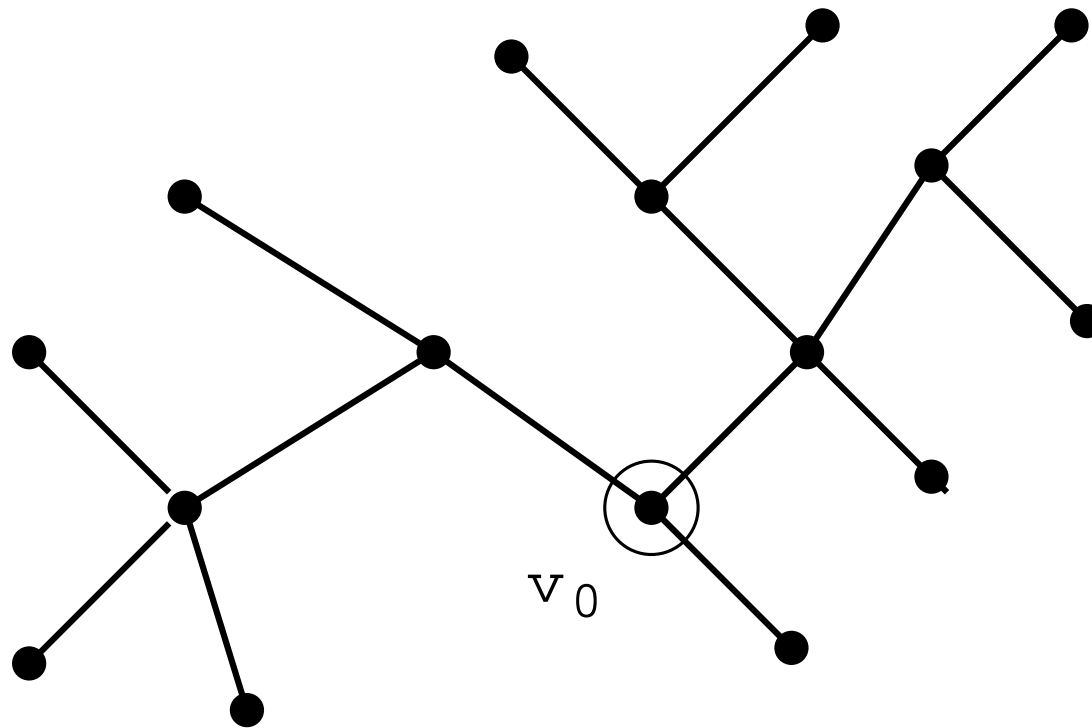
根が指定された木を根付き木と呼ぶ。

# 根付き木 (続き)



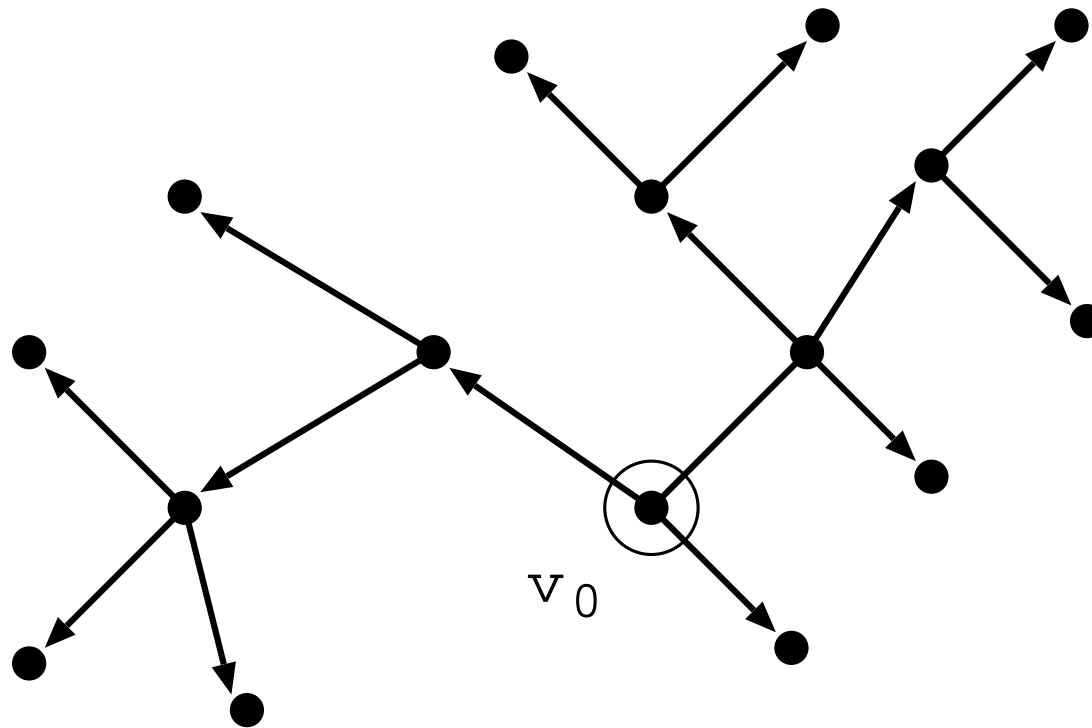
# 根付き木 (続き)

$v_0$  を根とする根付き木は,



# 根付き木 (続き)

$v_0$  を根とする根付き木は，外向木 (または内向木) と考えることもできる。

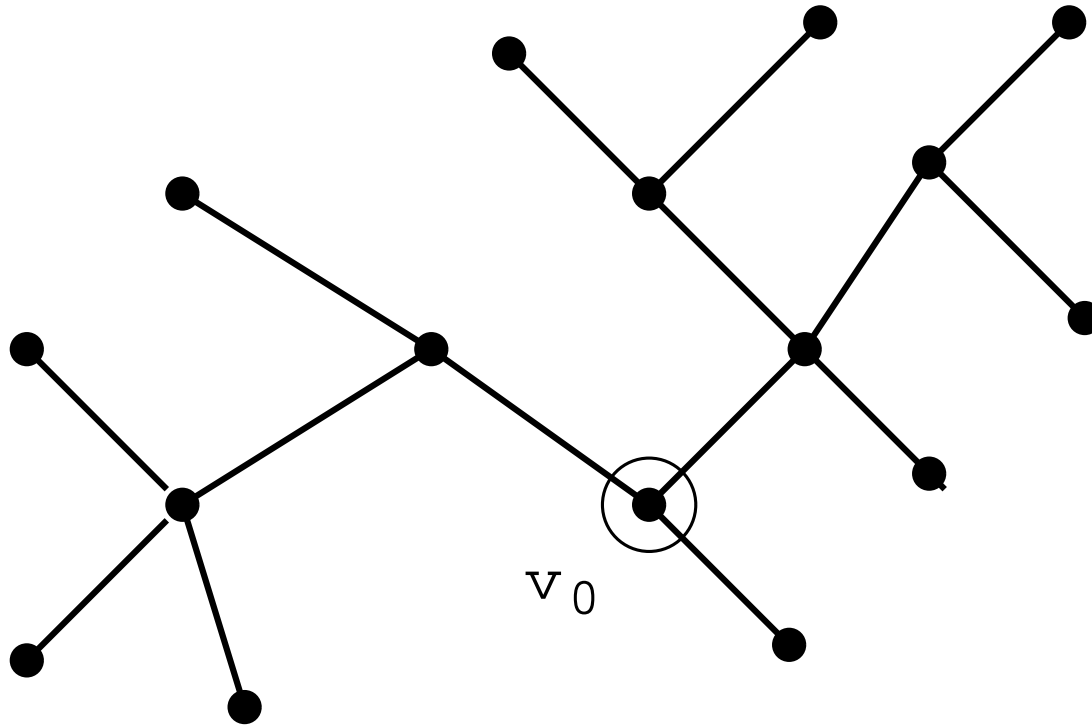


# 根付き木 (続き)



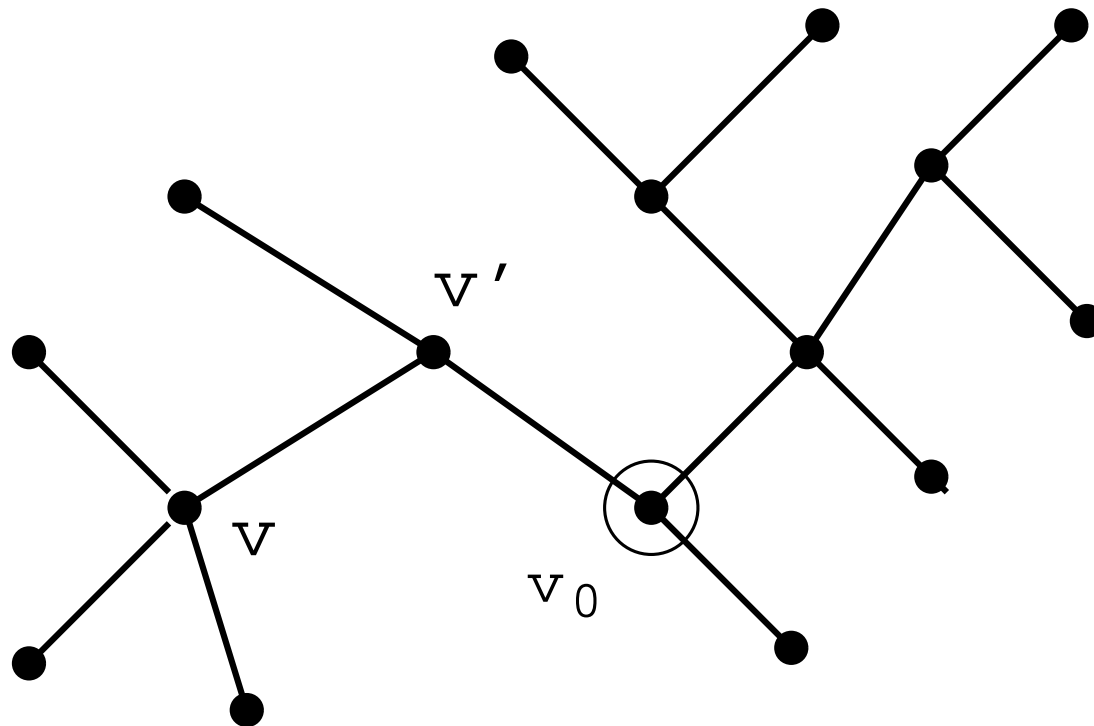
# 根付き木 (続き)

$v_0$  を根とする根付き木 (あるいは, 有向木) を考える.



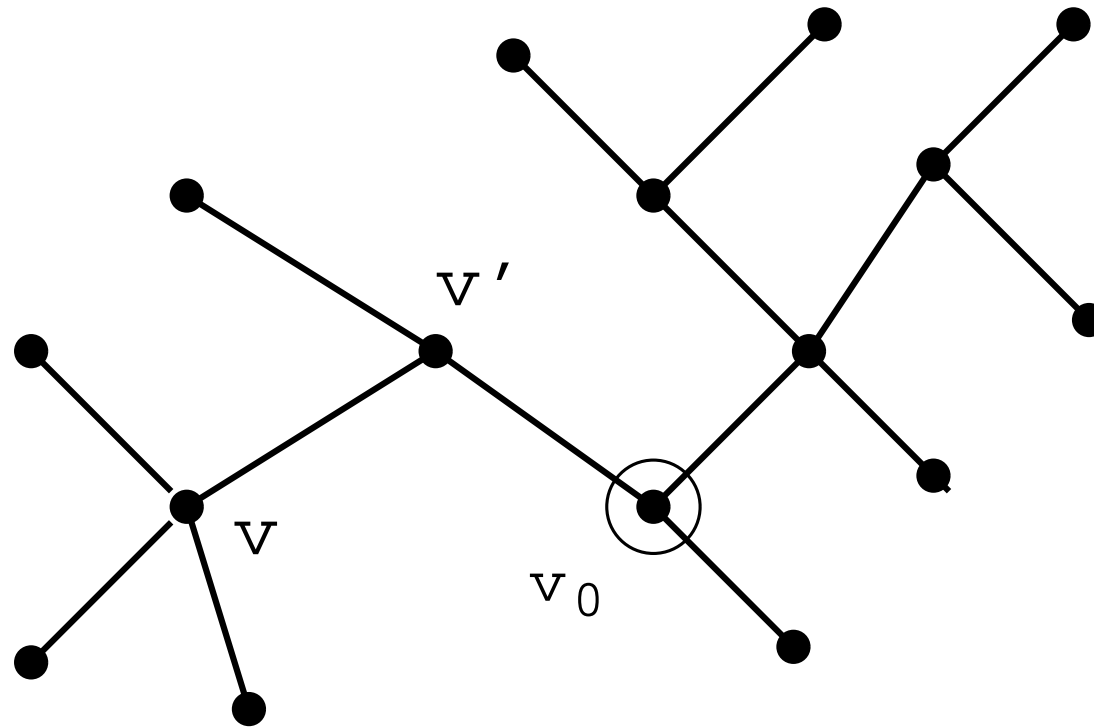
# 根付き木 (続き)

$v_0$  を根とする根付き木 (あるいは, 有向木) を考える.  $v$  に隣接する点で,  $v$  から  $v_0$  へ至る道上の点にある点を  $v'$  とする.



# 根付き木 (続き)

$v_0$  を根とする根付き木 (あるいは, 有向木) を考える.  $v$  に隣接する点で,  $v$  から  $v_0$  へ至る道上の点にある点を  $v'$  とする.



$v'$  は  $v$  の親,  $v$  は  $v'$  の子

# グラフ探索

# グラフ探索

ある点から出発して、グラフの中を枝の向きに進みながら、可能な限り探索する方法

# グラフ探索

ある点から出発して、グラフの中を枝の向きに進みながら、可能な限り探索する方法

- 深さ優先探索 (DFS)

# グラフ探索

ある点から出発して、グラフの中を枝の向きに進みながら、可能な限り探索する方法

- 深さ優先探索 (DFS)
- 幅優先探索 (BFS)

# スタックとキュー

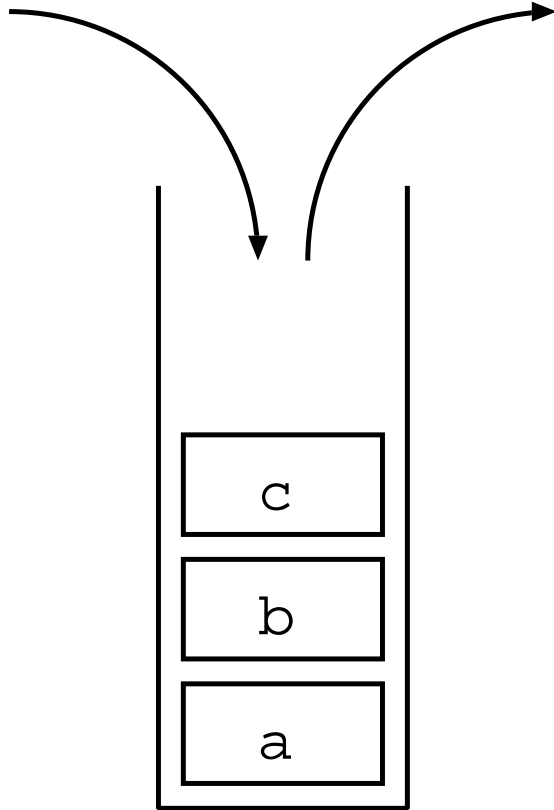


# スタックとキュー

DFSにはスタックと呼ばれるデータ構造が、BFSにはキューと呼ばれるデータ構造が用いられる。

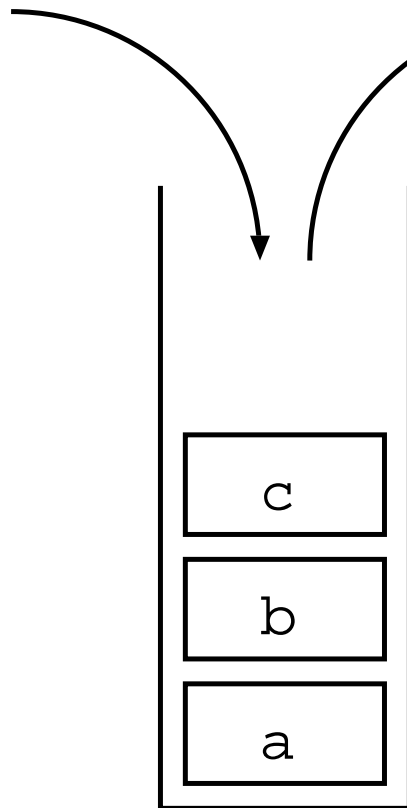
# スタック (stack)

# スタック (stack)



(a)

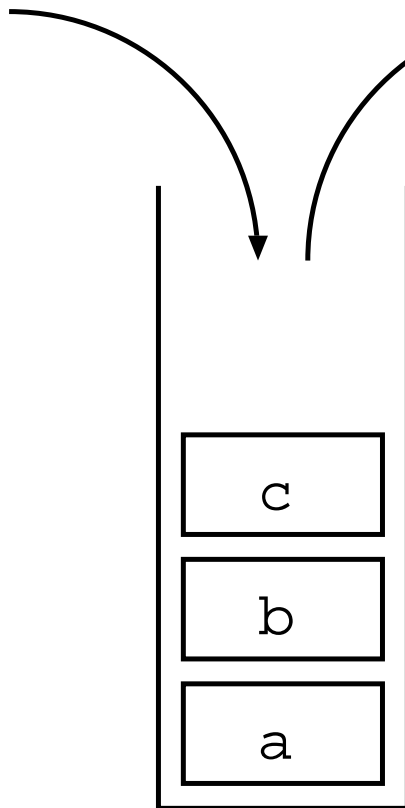
# スタック (stack)



(a)

- 先に入ったもの (first-in) が後に出る (last-out)

# スタック (stack)

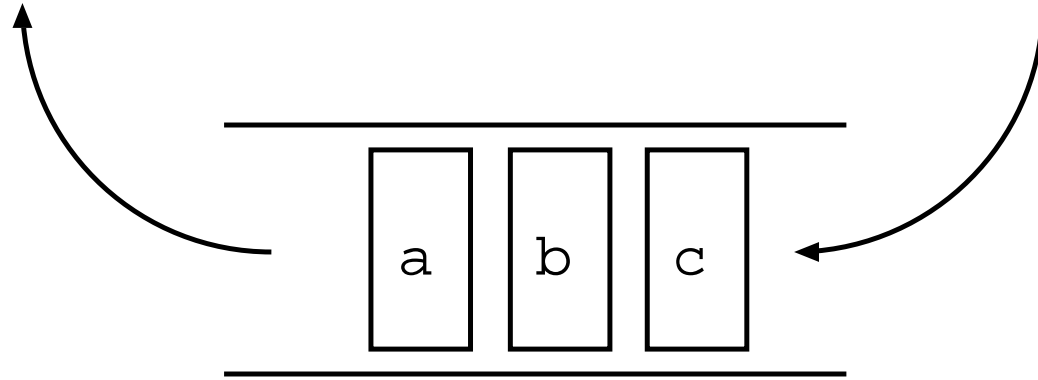


(a)

- 先に入ったもの (**first-in**)  
が後に出る (**last-out**)
- 平積みにされた本と同じ

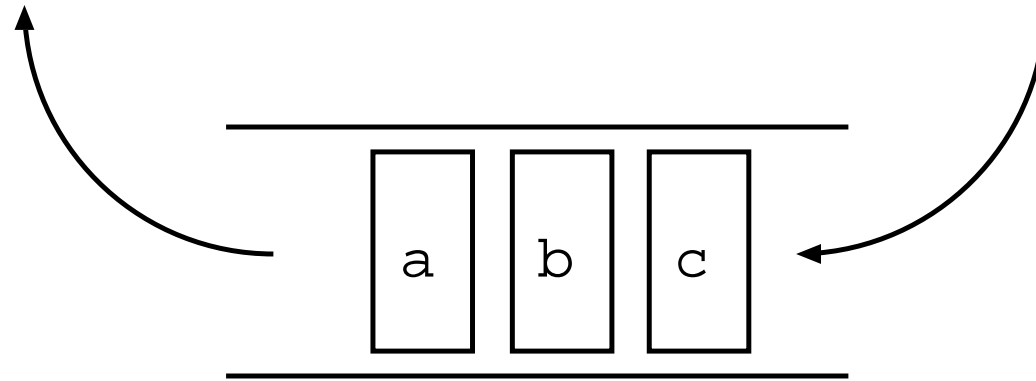
# キュー (queue)

# キュー (queue)



(b)

# キュー (queue)

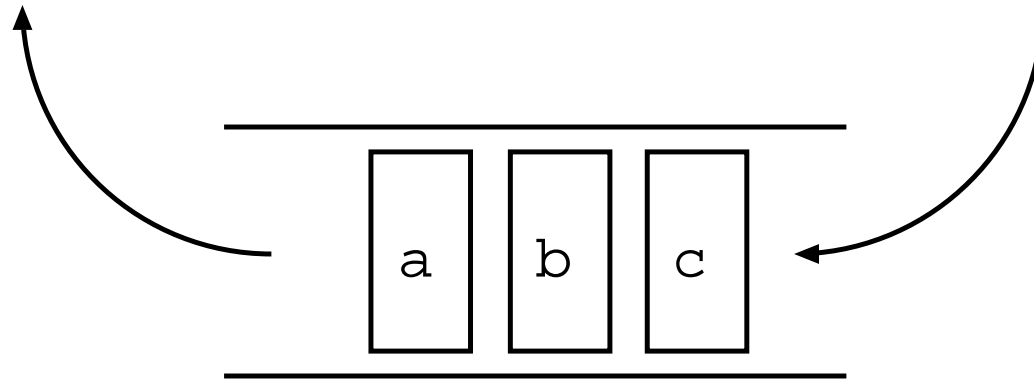


(b)

- 先に入ったもの (**first-in**) が先に出る (**first-out**)



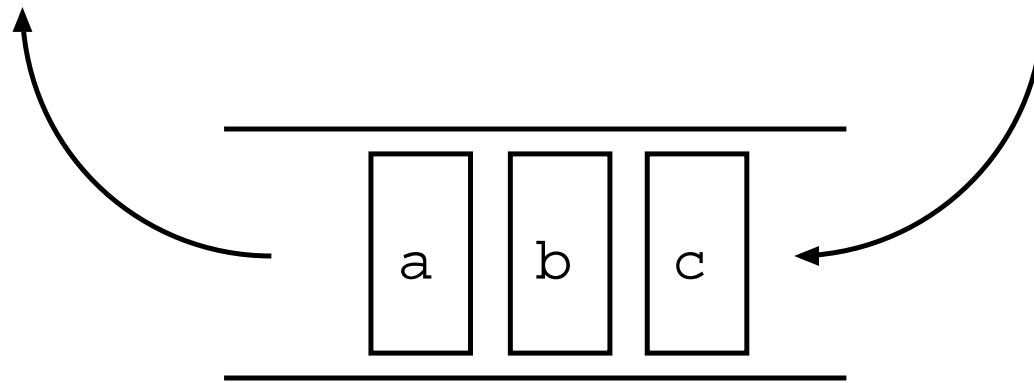
# キュー (queue)



(b)

- 先に入ったもの (**first-in**) が先に出る (**first-out**)
- 銀行などの窓口と同じ

# キュー (queue)

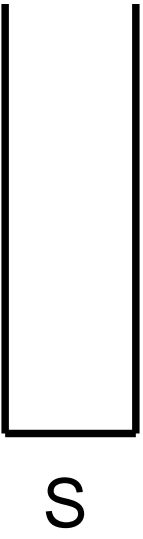
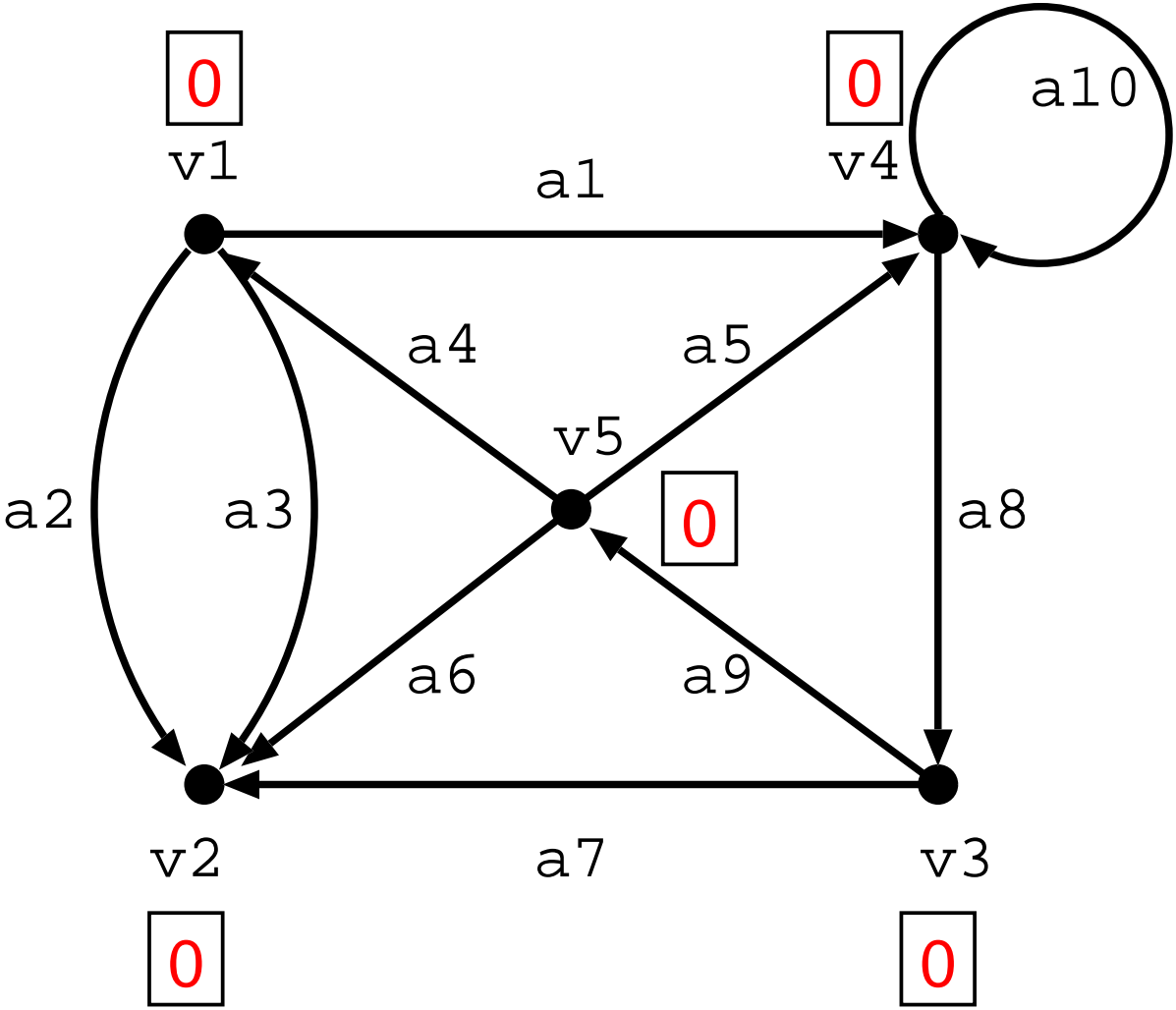


(b)

- 先に入ったもの (**first-in**) が先に出る (**first-out**)
- 銀行などの窓口と同じ
- 待ち行列とも呼ばれる

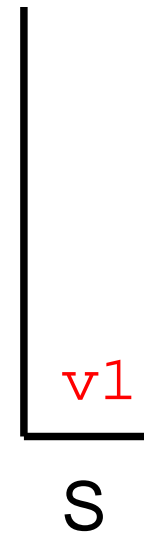
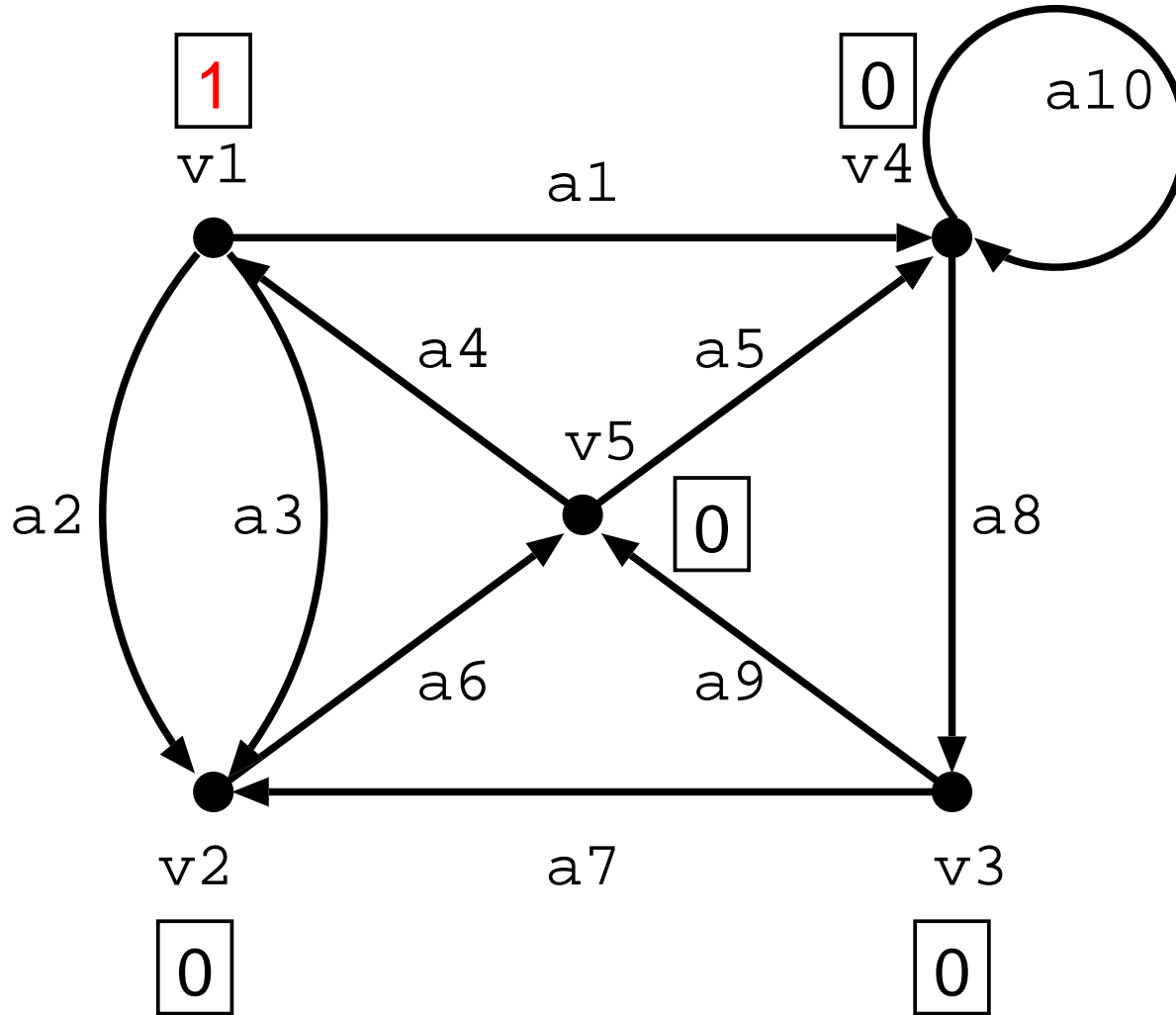
# 深さ優先探索

# DFS 1~5



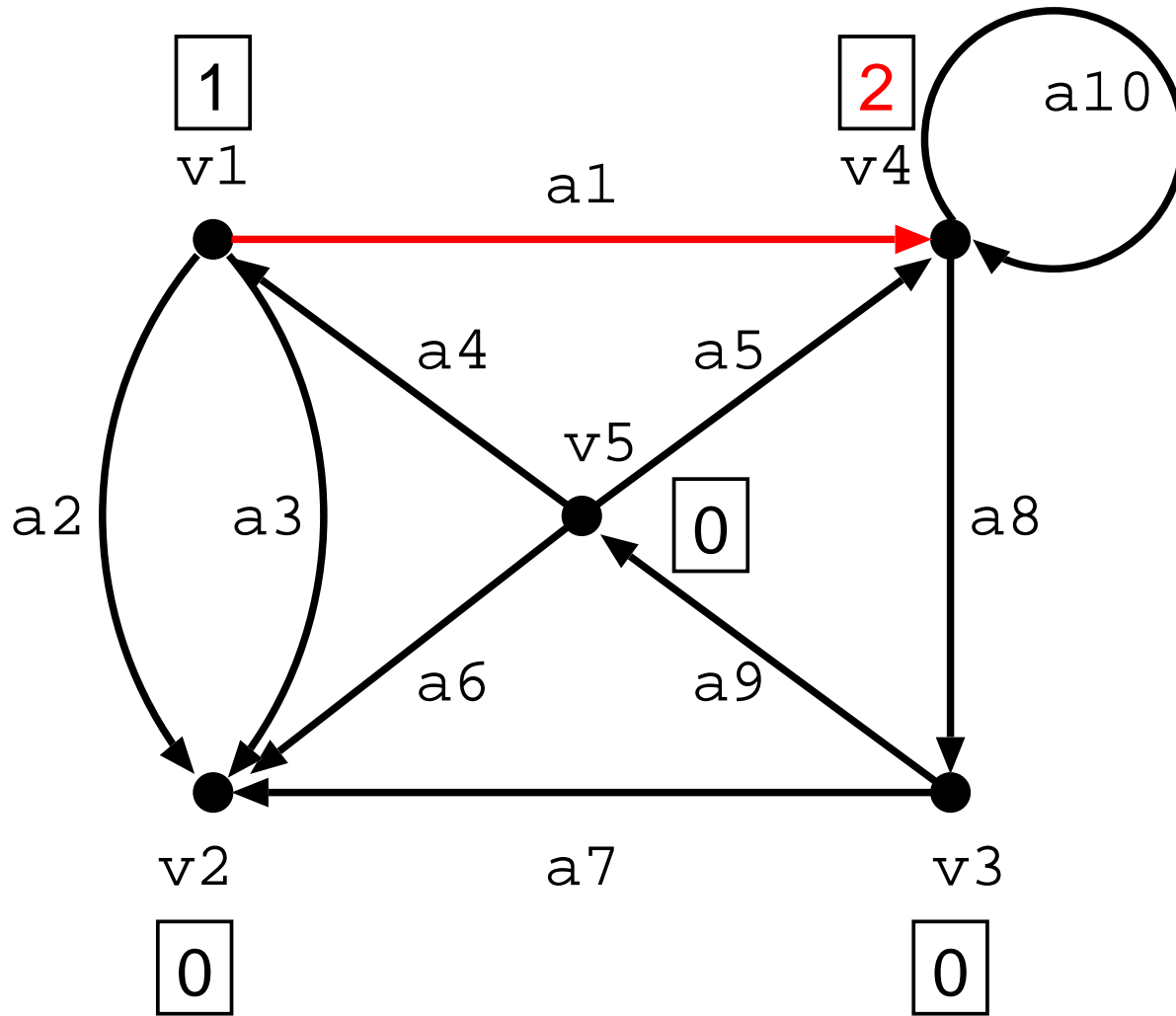
i=0

# DFS 6~9



i=1

# DFS 10~22



v= v1

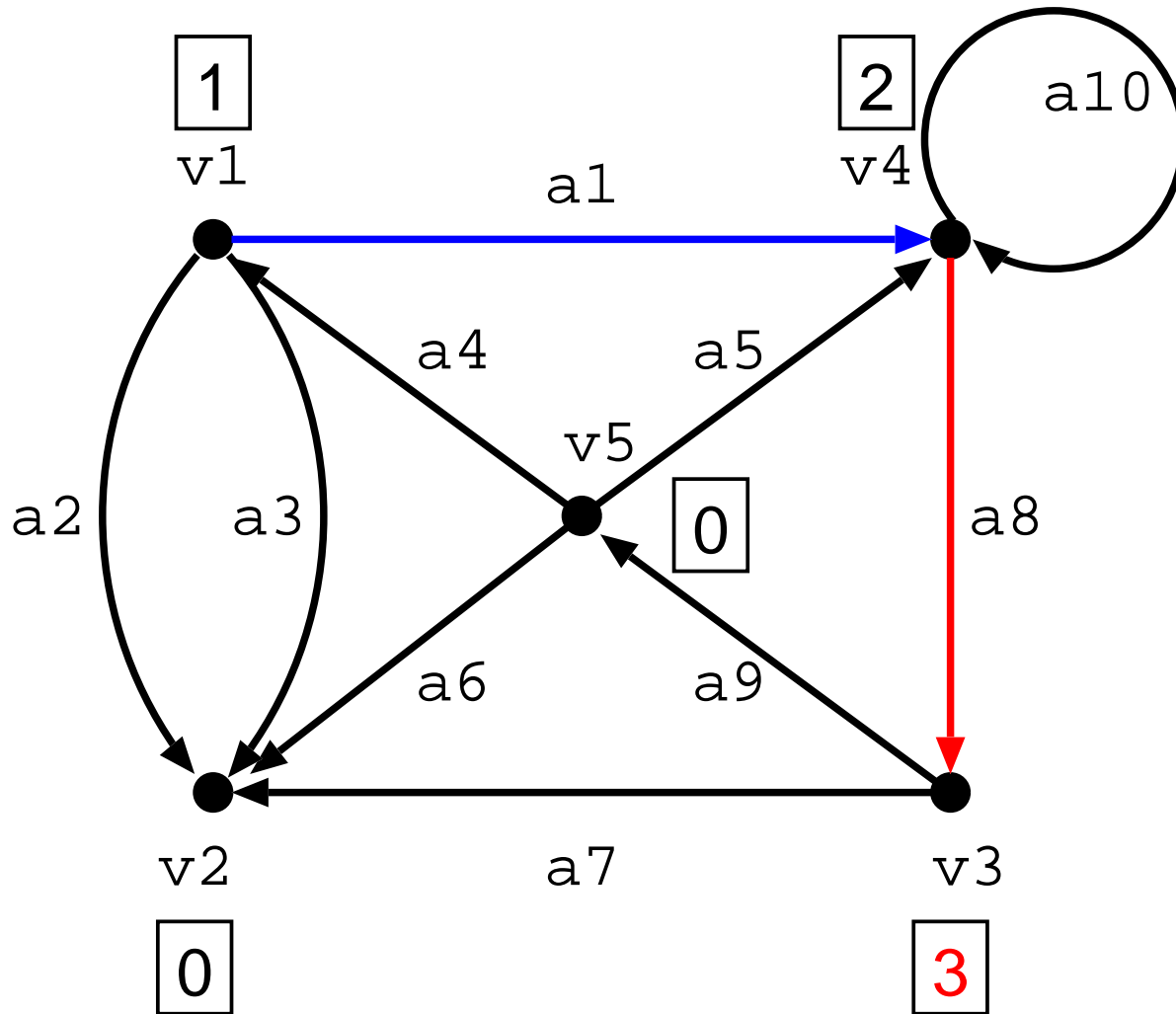
a= a1

w= v4

i= 2

S  
v4  
v1

# DFS 10~22



$v_3$   
 $v_4$   
 $v_1$   
S

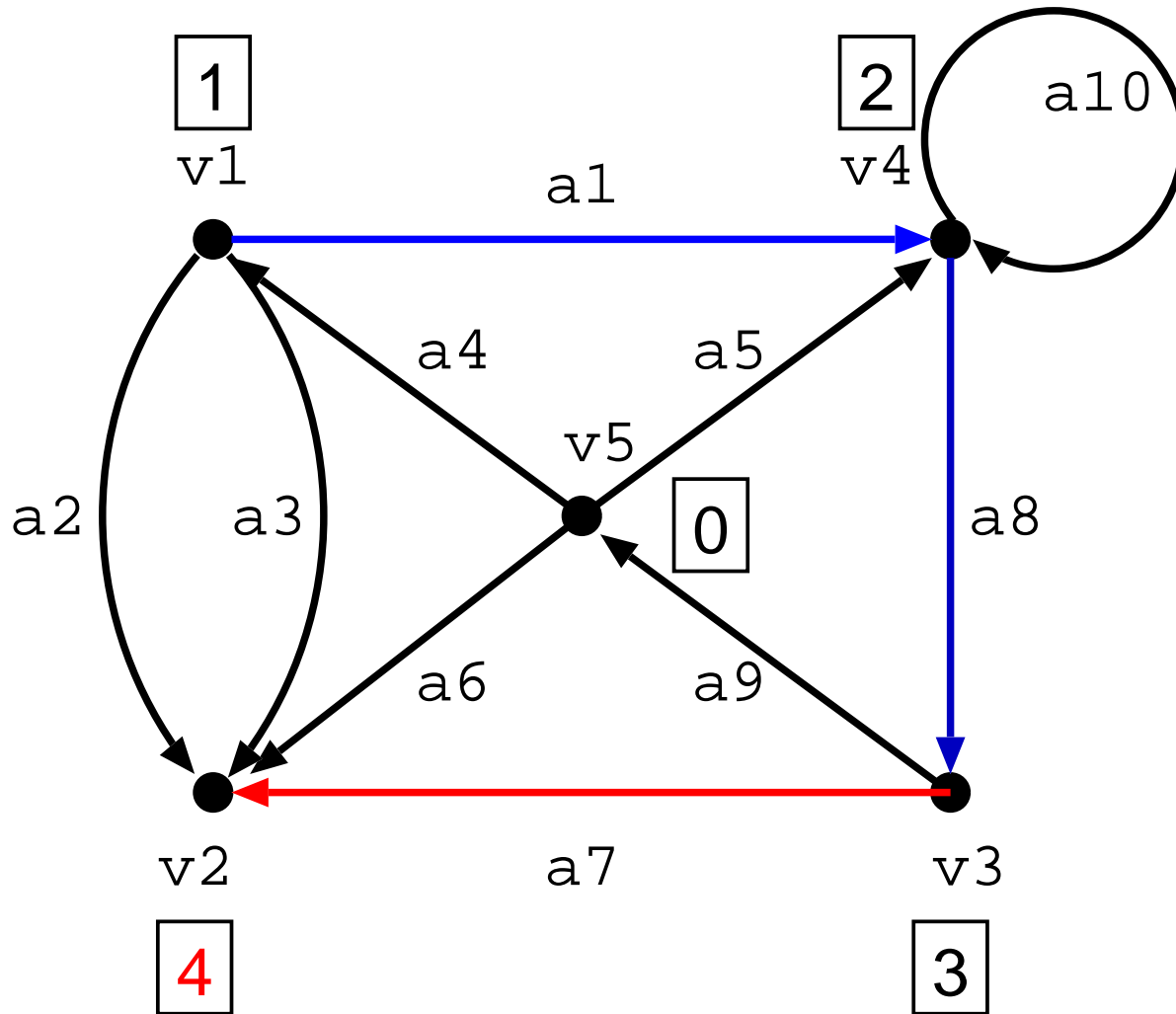
$v = v_4$

$a = a_8$

$w = v_3$

$i = 3$

# DFS 10~22



$v = v_3$

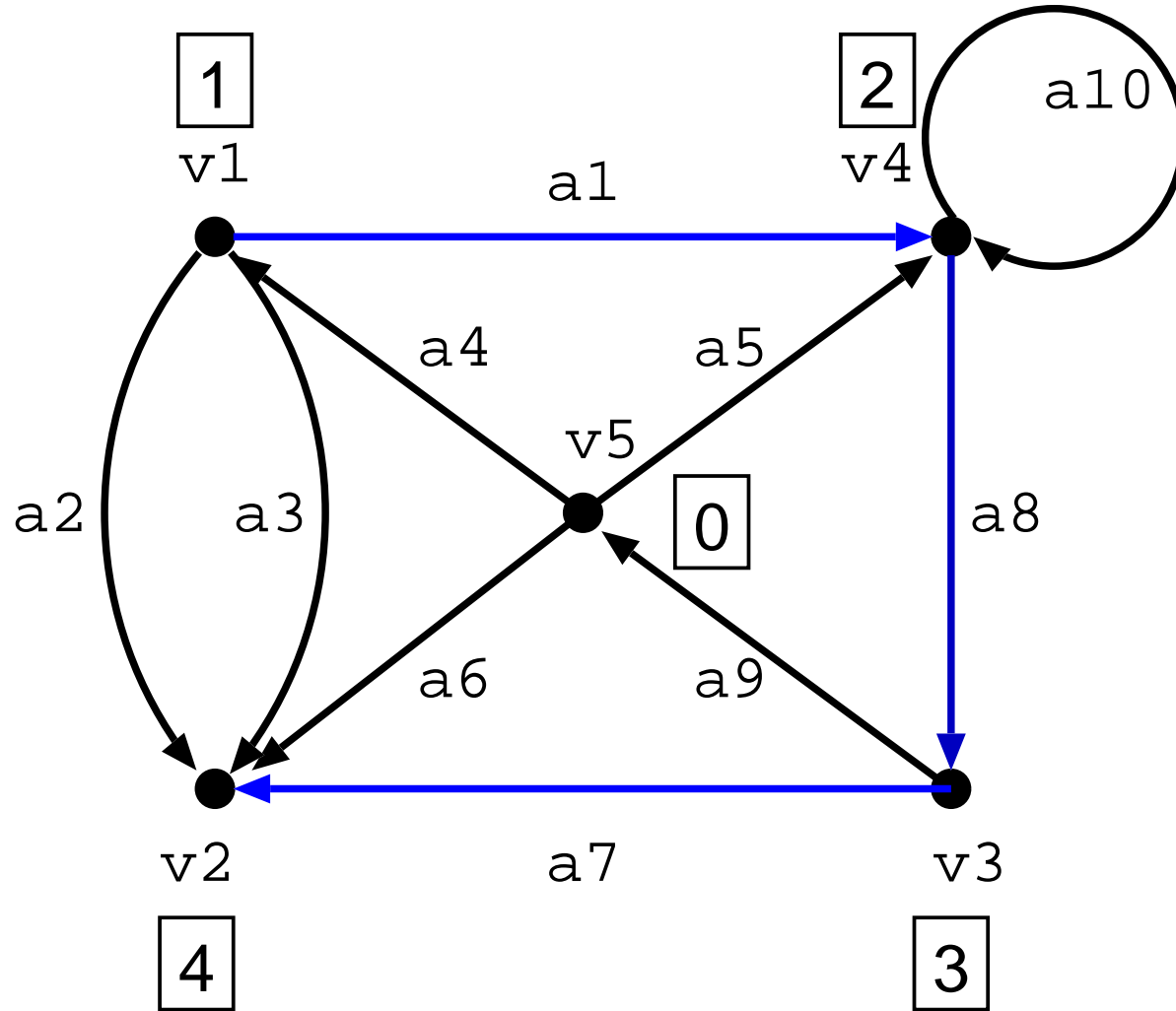
$a = a_7$

$w = v_2$

$i = 4$



# DFS 10~11



v= v2

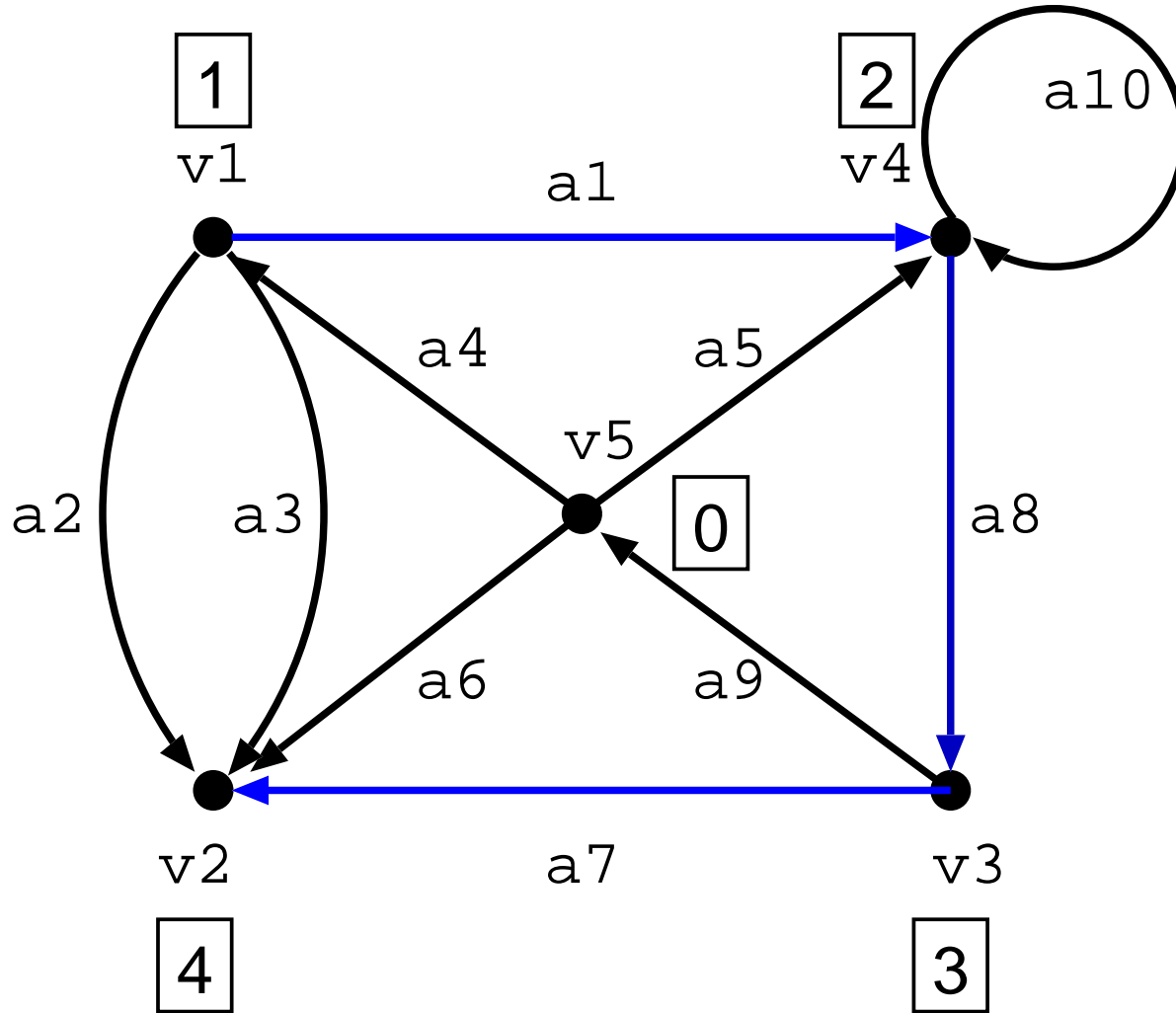
a=

w=

i= 4

v2  
v3  
v4  
v1  
S

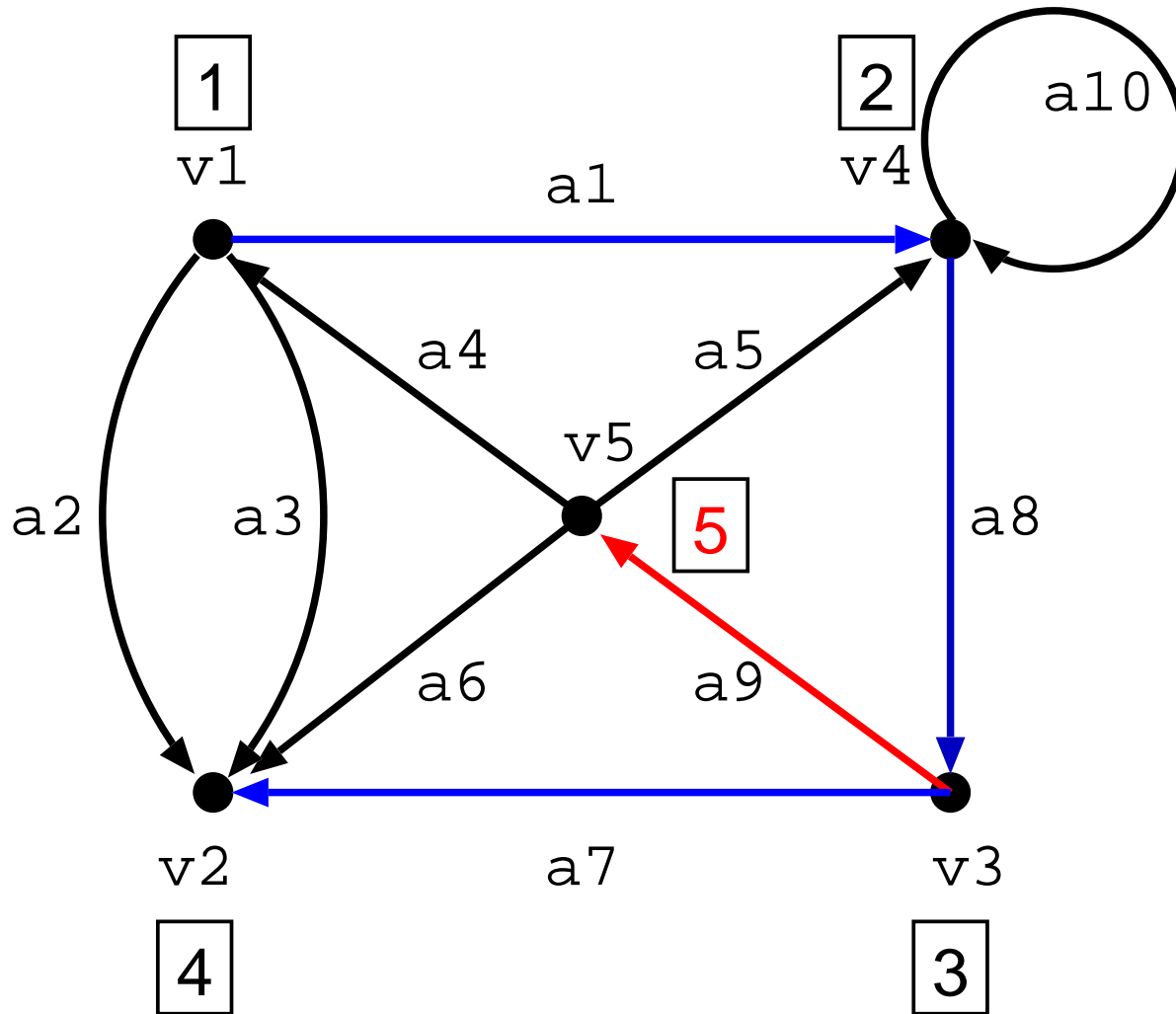
# DFS 12



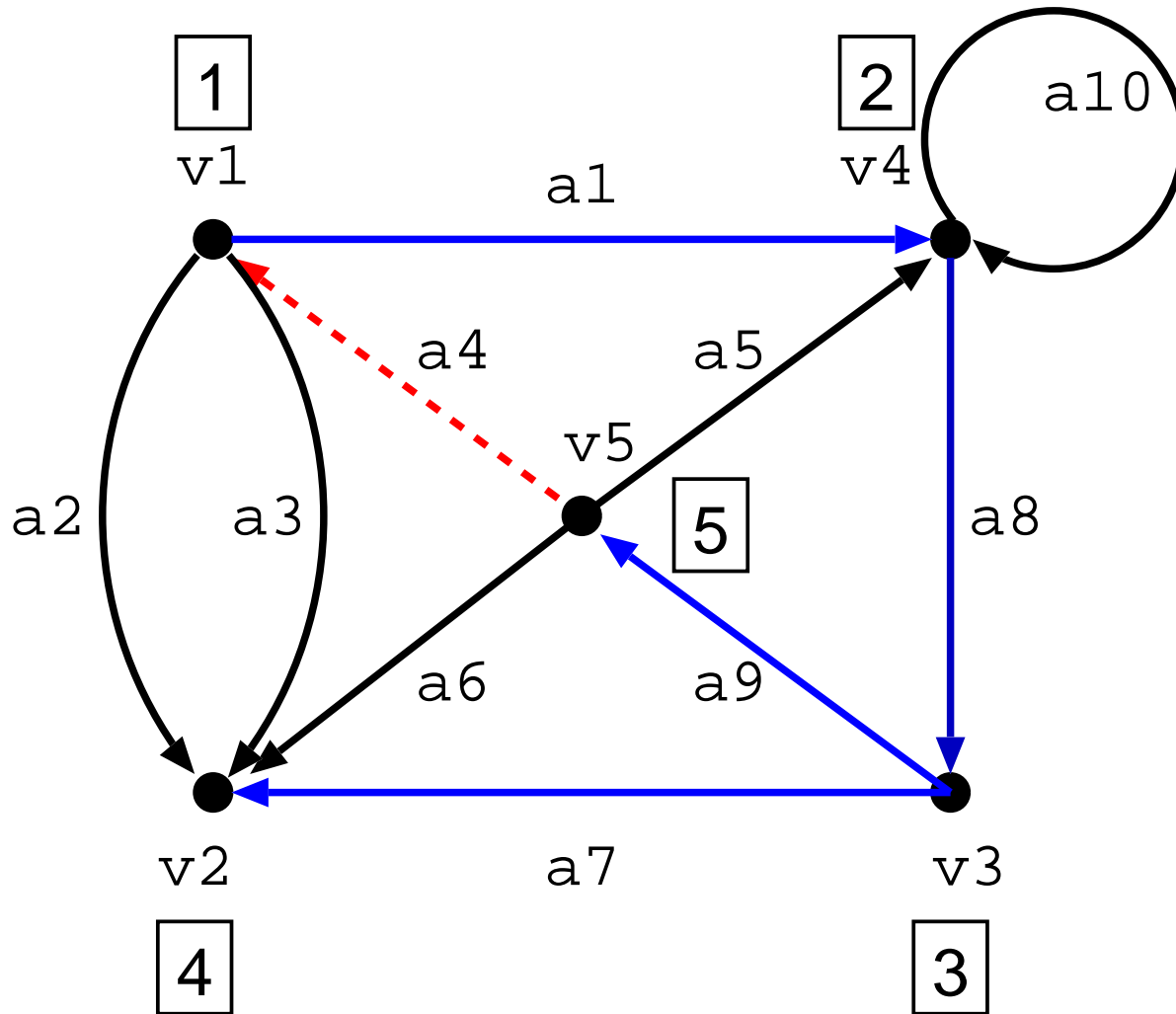
v3  
v4  
v1  
S

v=  
a=  
w=  
i= 4

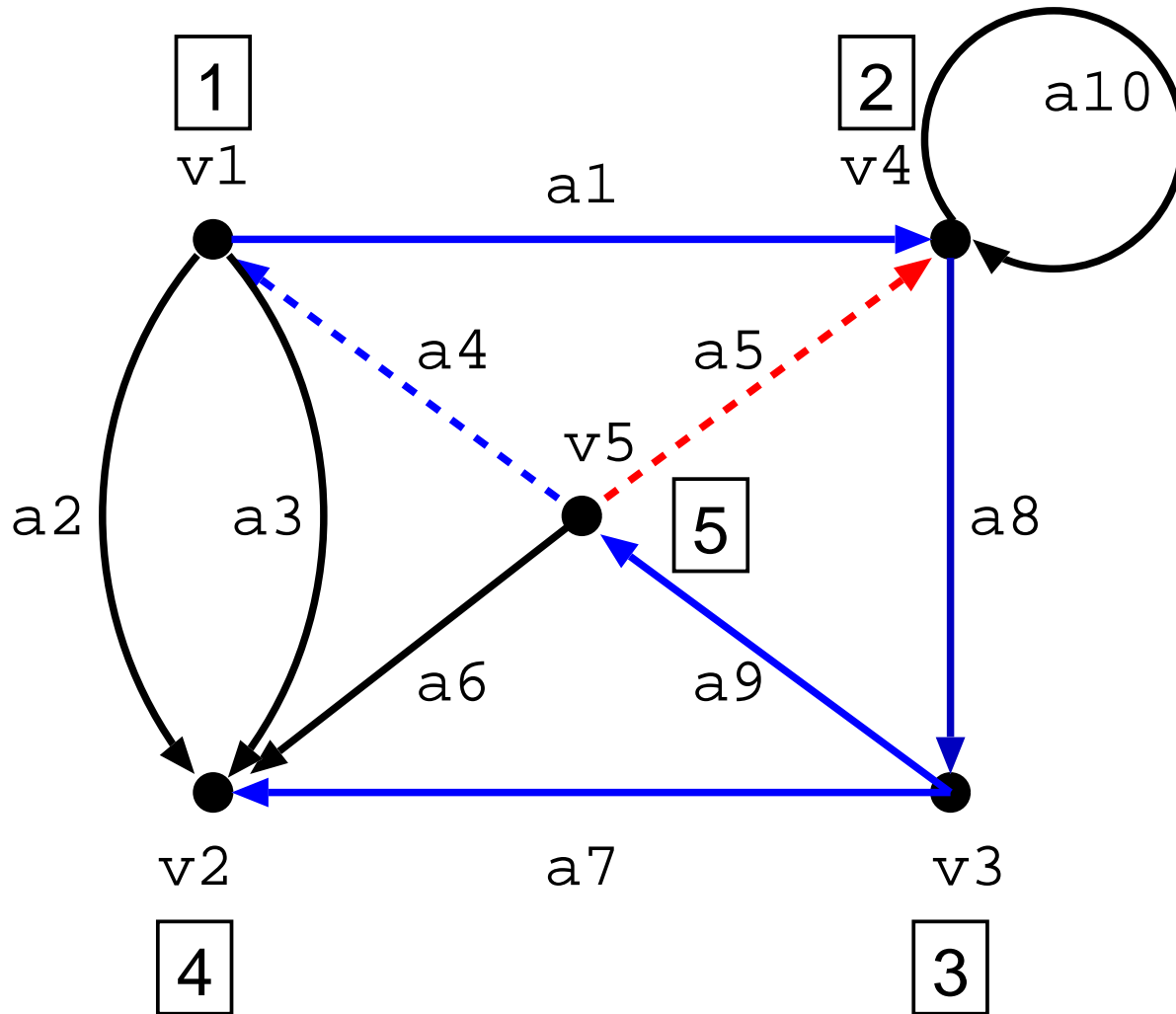
# DFS 10~22



# DFS 10~22



# DFS 10~22



$v = v_5$

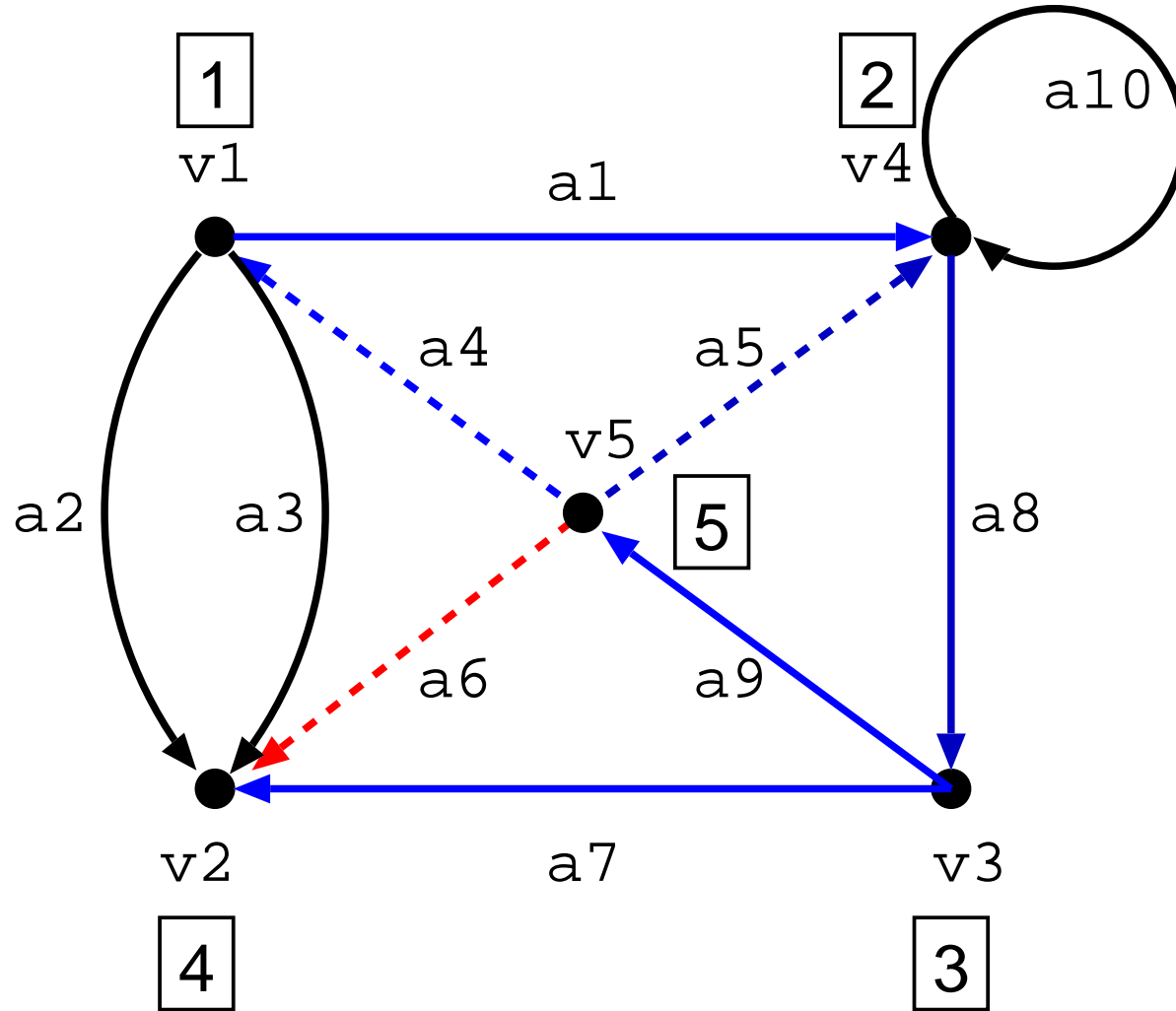
$a = a_5$

$w = v_4$

$i = 5$

$S$

# DFS 10~22



$v = v_5$

$a = a_6$

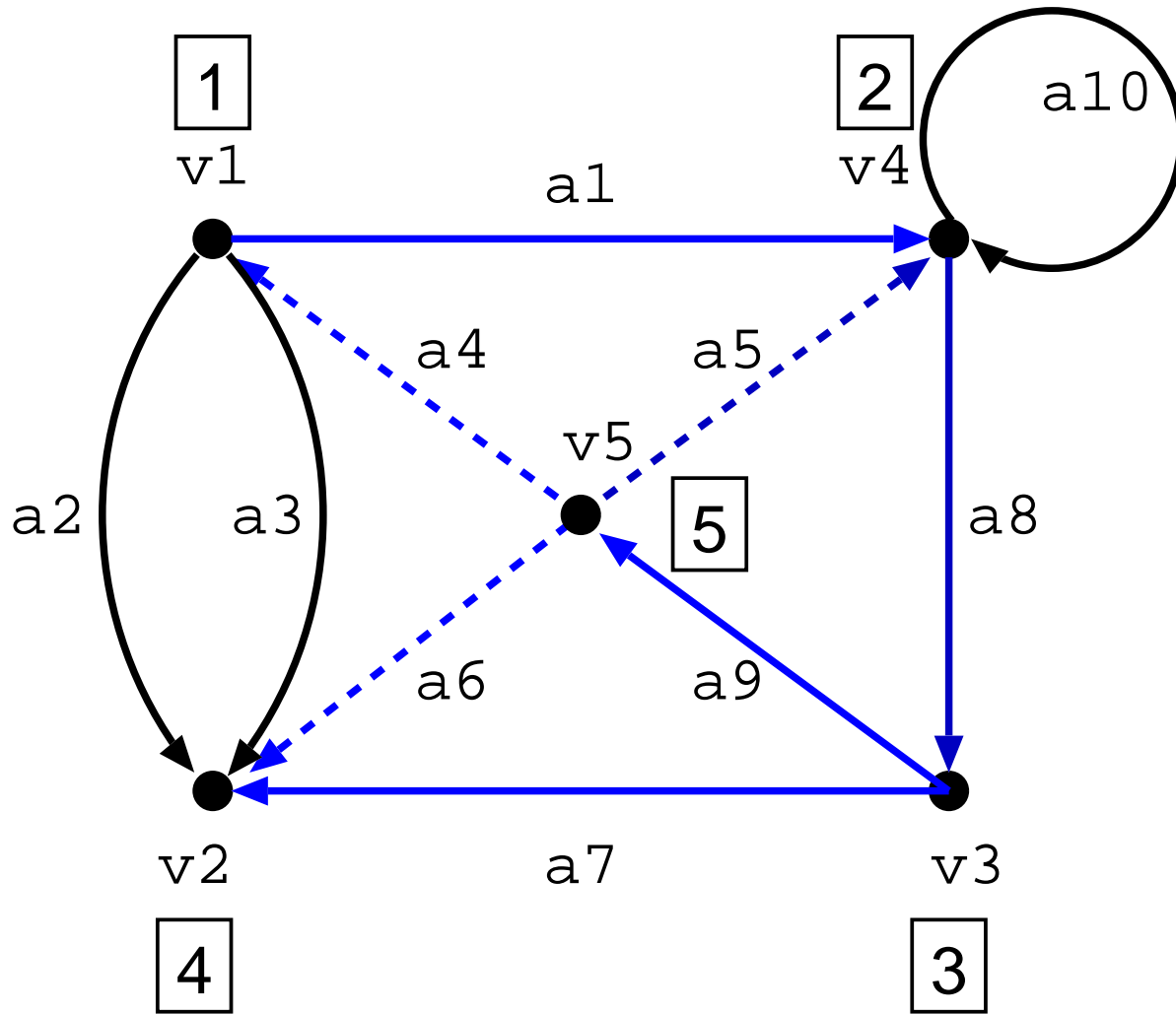
$w = v_2$

$i = 5$

$S$

- $v_5$
- $v_3$
- $v_4$
- $v_1$

# DFS 10~11



v5  
v3  
v4  
v1

S

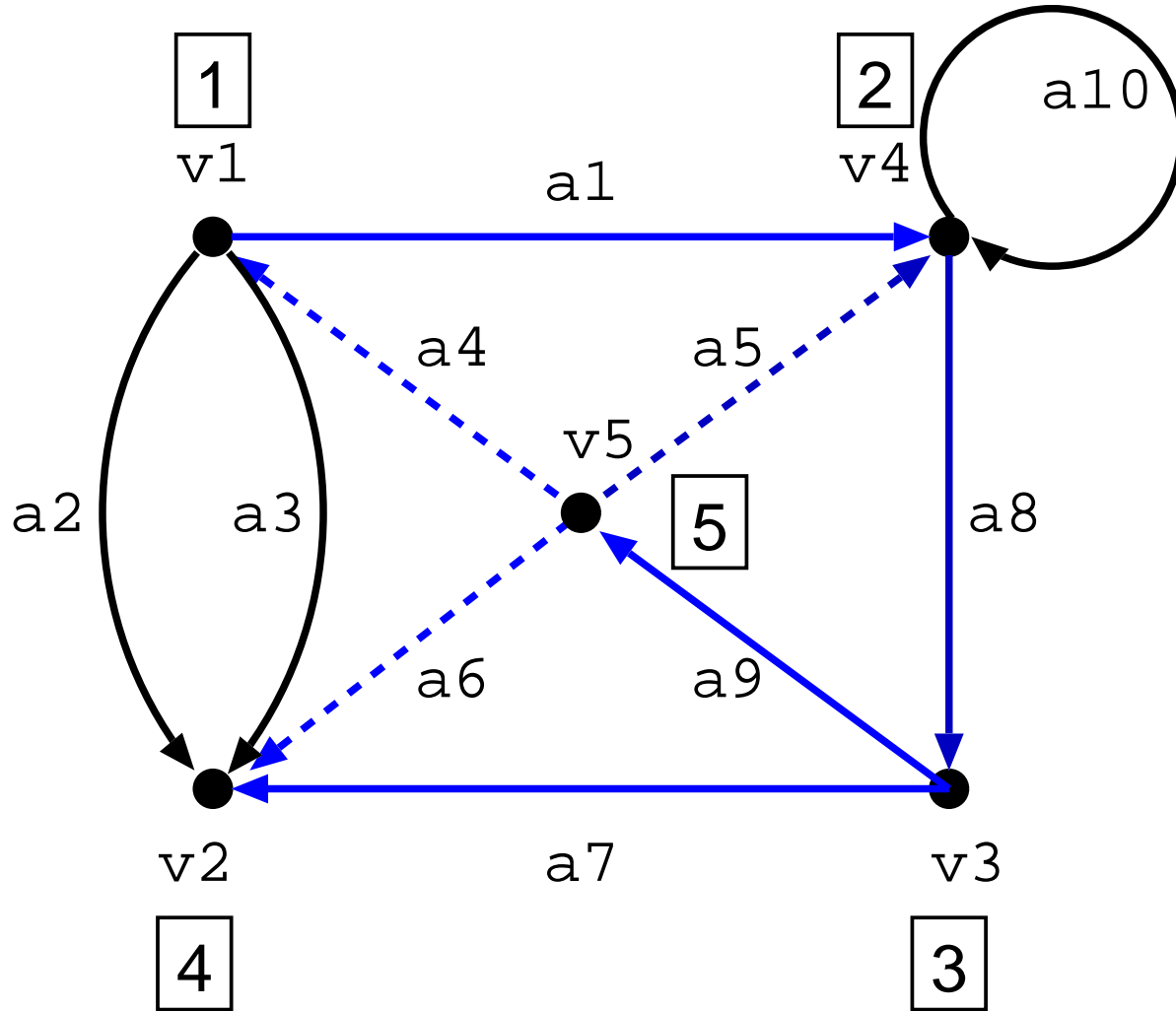
v= v5

a=

w=

i= 5

# DFS 12



$v =$

$a =$

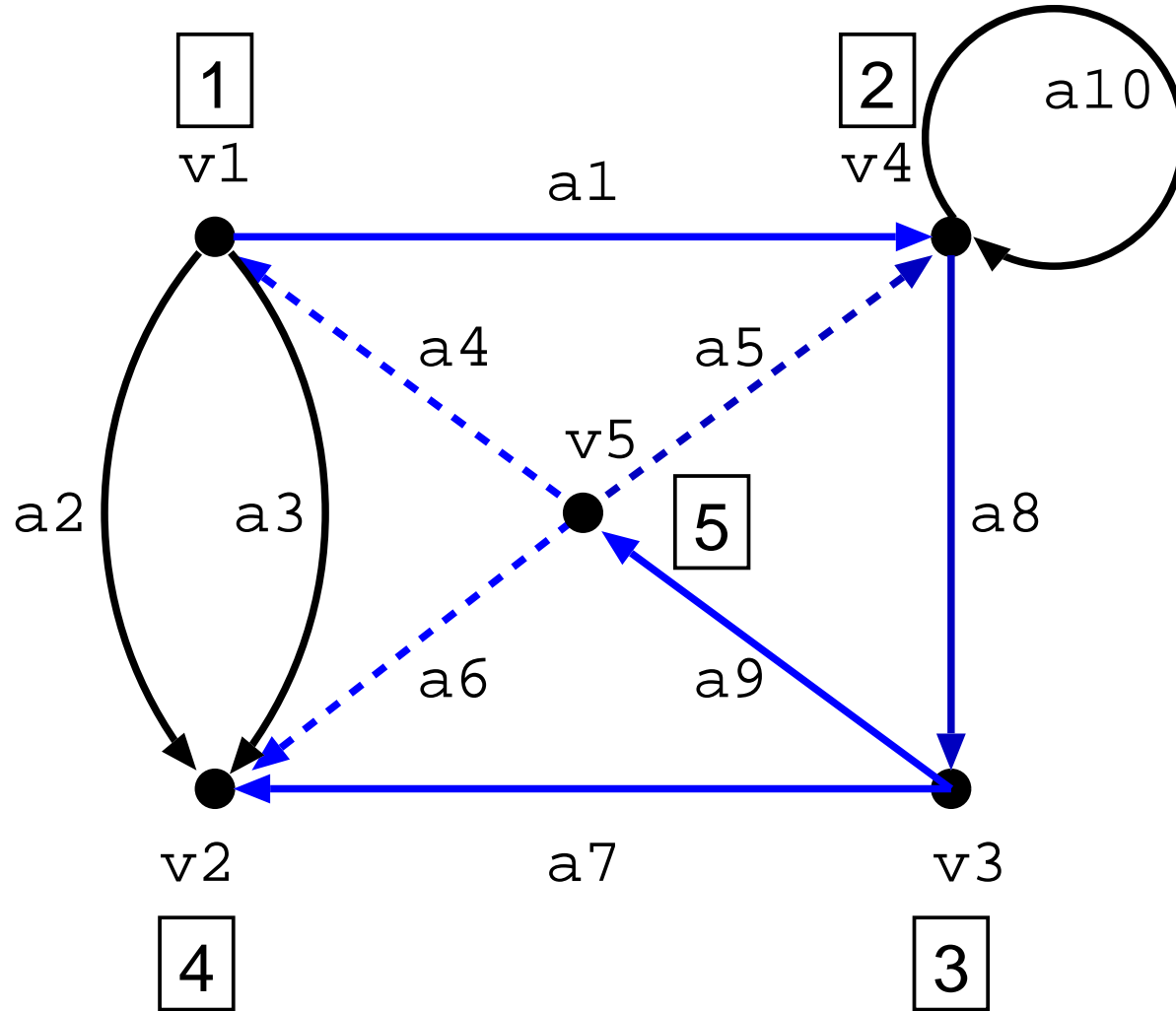
$w =$

$i = 5$

$S$



# DFS 10~11



$v_3$   
 $v_4$   
 $v_1$   
S

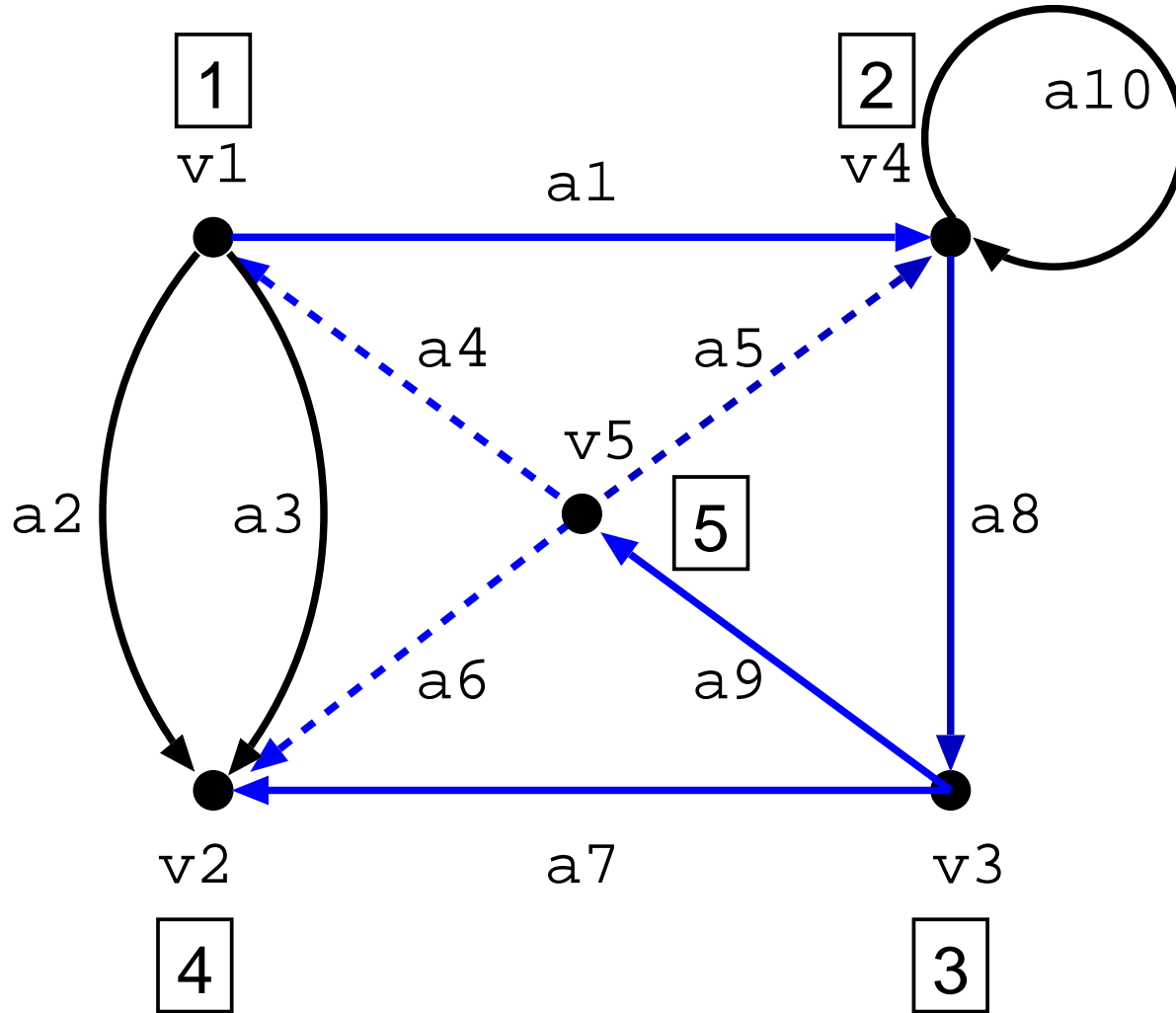
$v = v_3$

$a =$

$w =$

$i = 5$

# DFS 12



$v =$

$a =$

$w =$

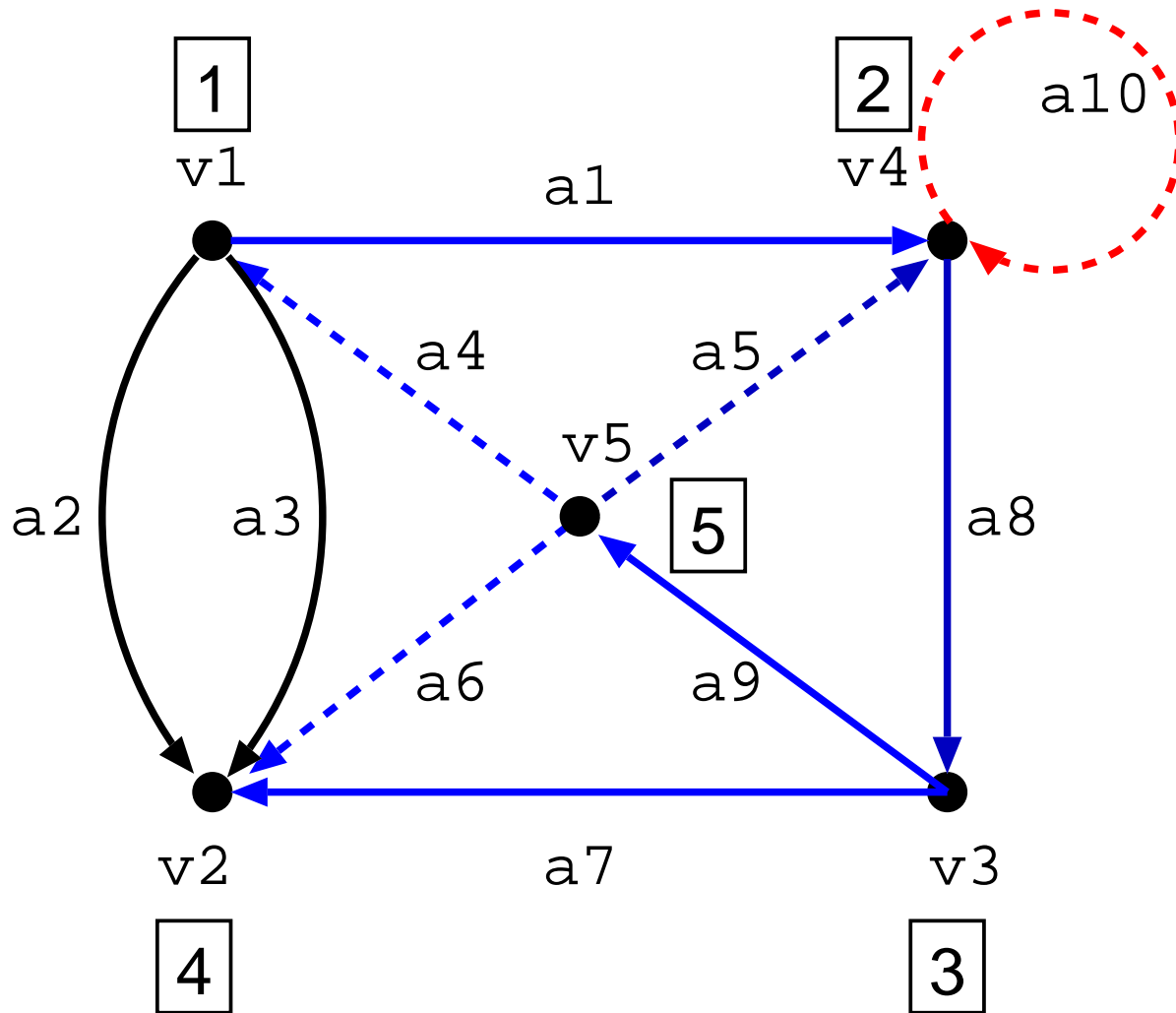
$i = 5$

$S$

$v_4$   
 $v_1$

$S$

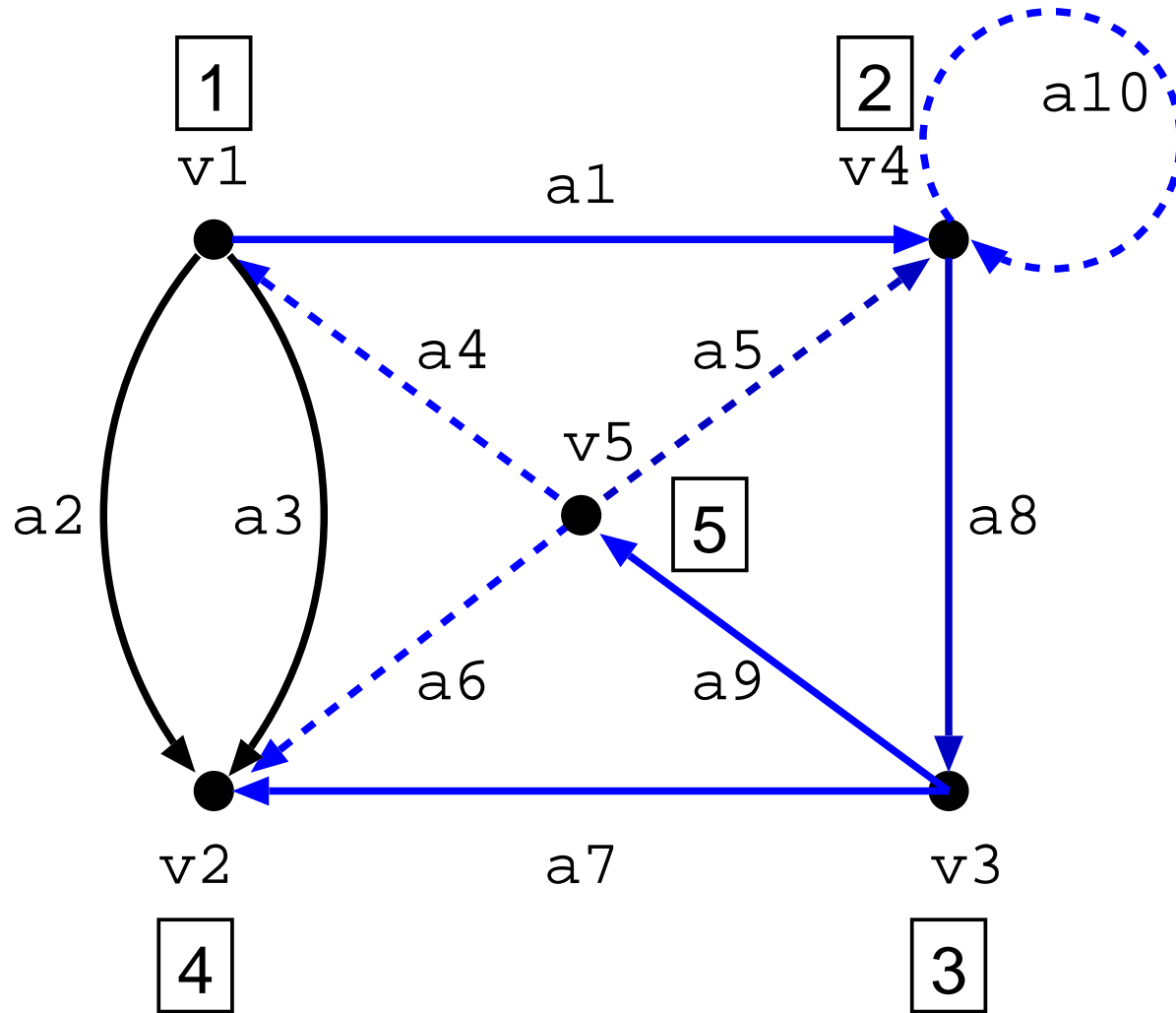
# DFS 10~22



v4  
v1  
S

v= v4  
a= a10  
w= v4  
i= 5

# DFS 10~11



$v_4$   
 $v_1$   
S

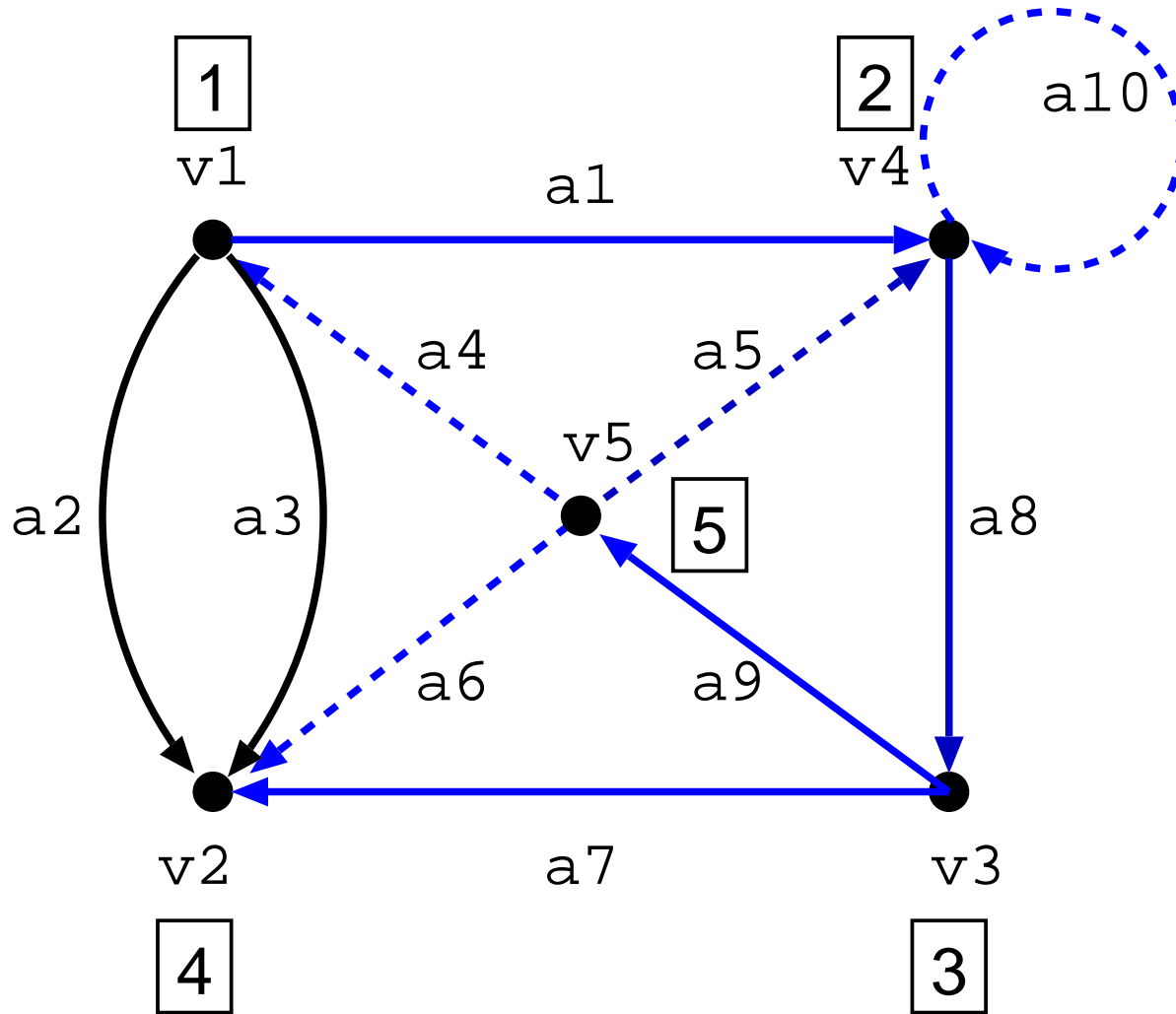
$v = v_4$

$a =$

$w =$

$i = 5$

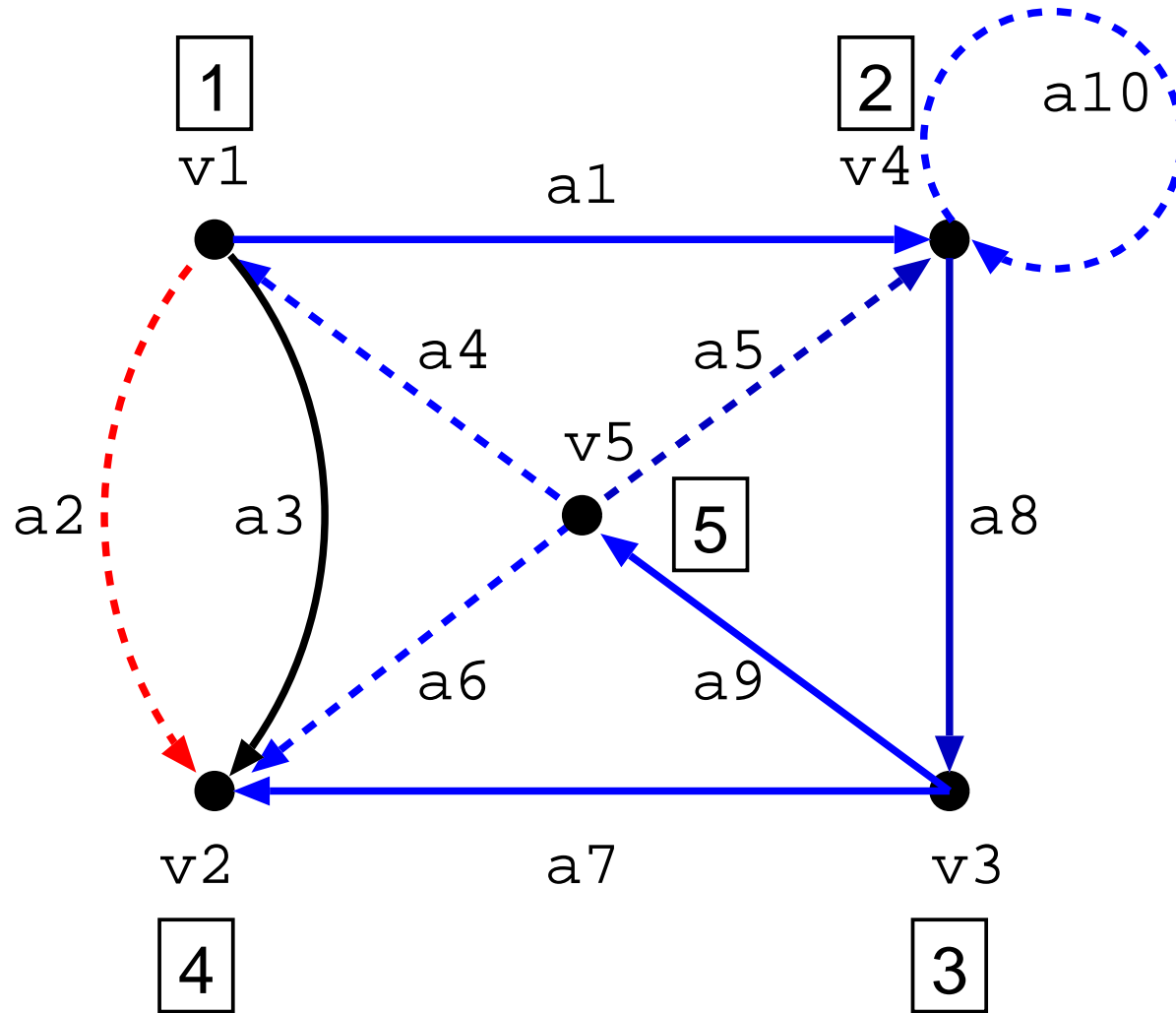
# DFS 12



$v =$   
 $a =$   
 $w =$   
 $i = 5$

$S$   
 $v_1$

# DFS 10~22



$v = v_1$

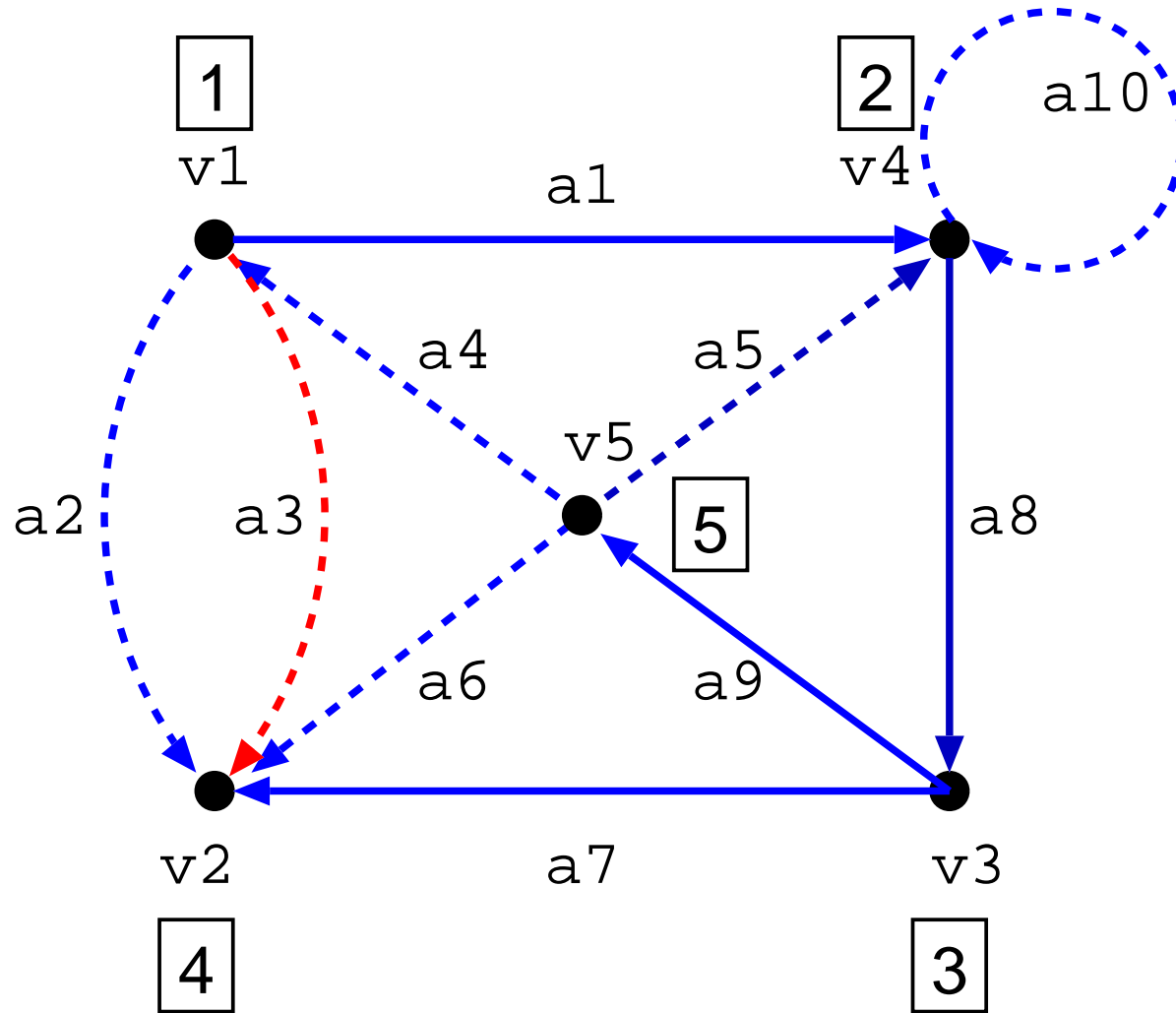
$a = a_2$

$w = v_2$

$i = 5$

$S$   
v1

# DFS 10~22



$v = v_1$

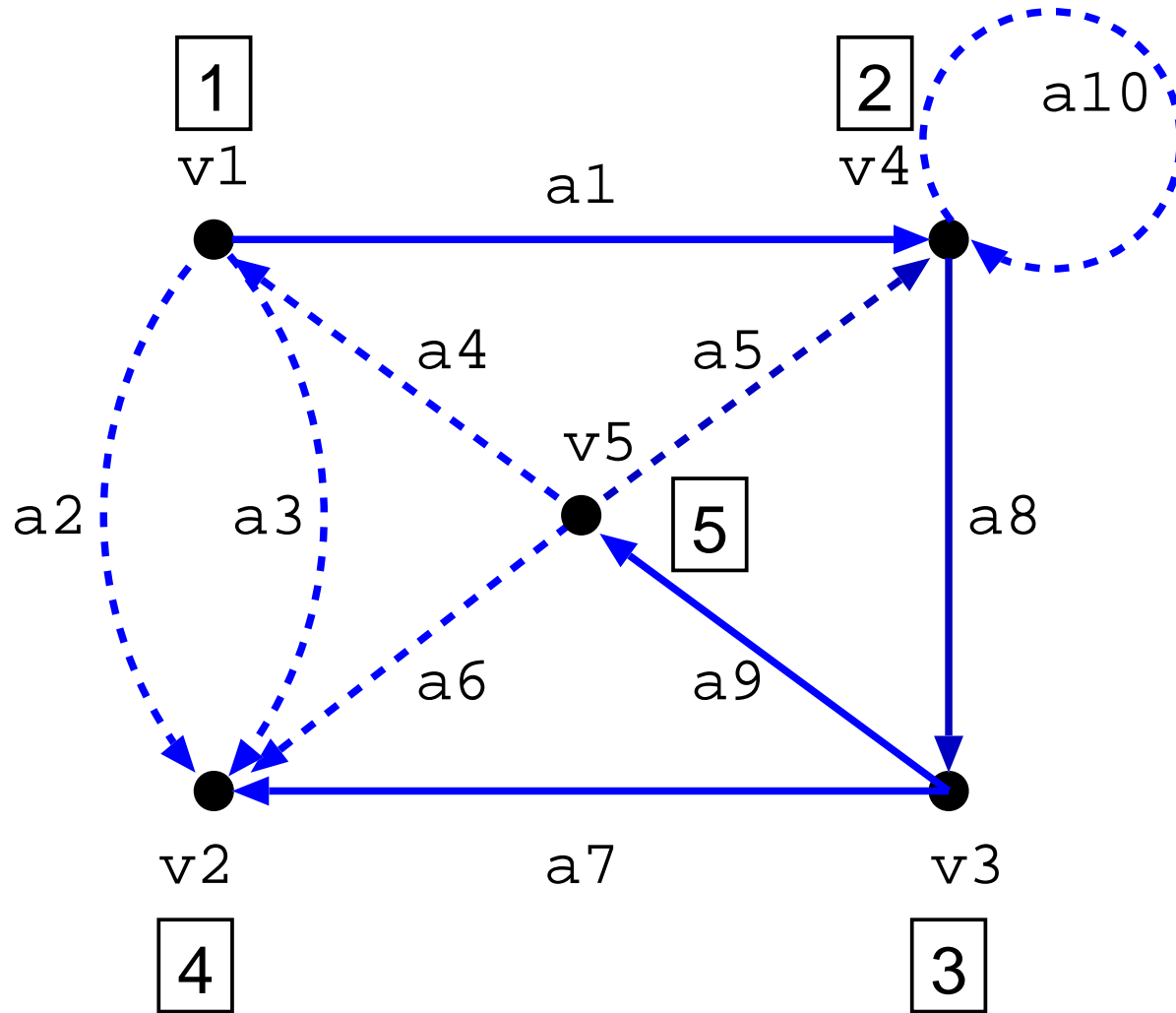
$a = a_3$

$w = v_2$

$i = 5$

$S$   
v1

# DFS 10~11



$v = v_1$

$a =$

$w =$

$i = 5$

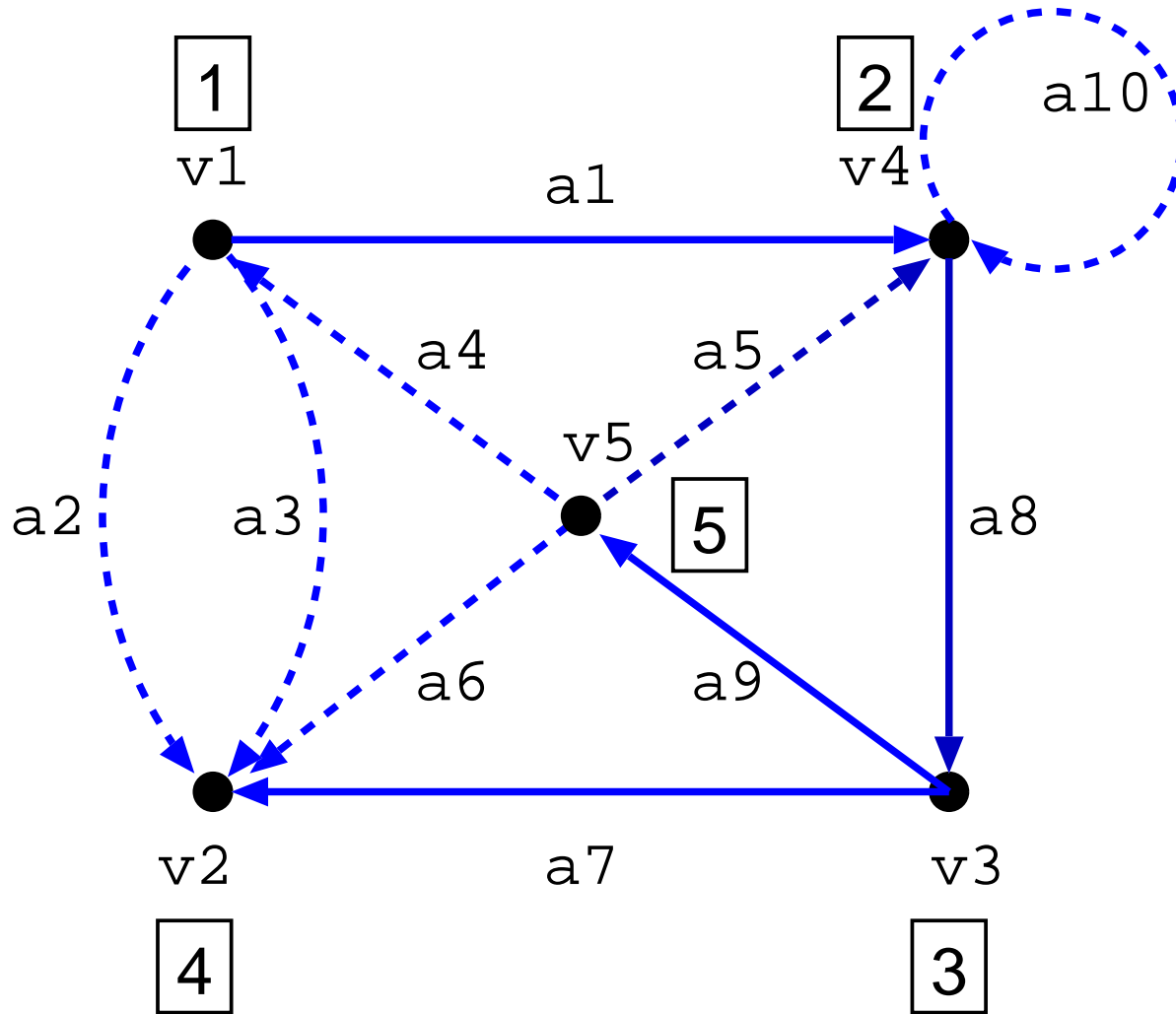


$v_1$

$S$



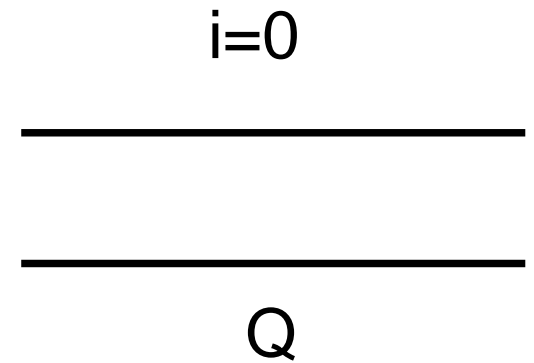
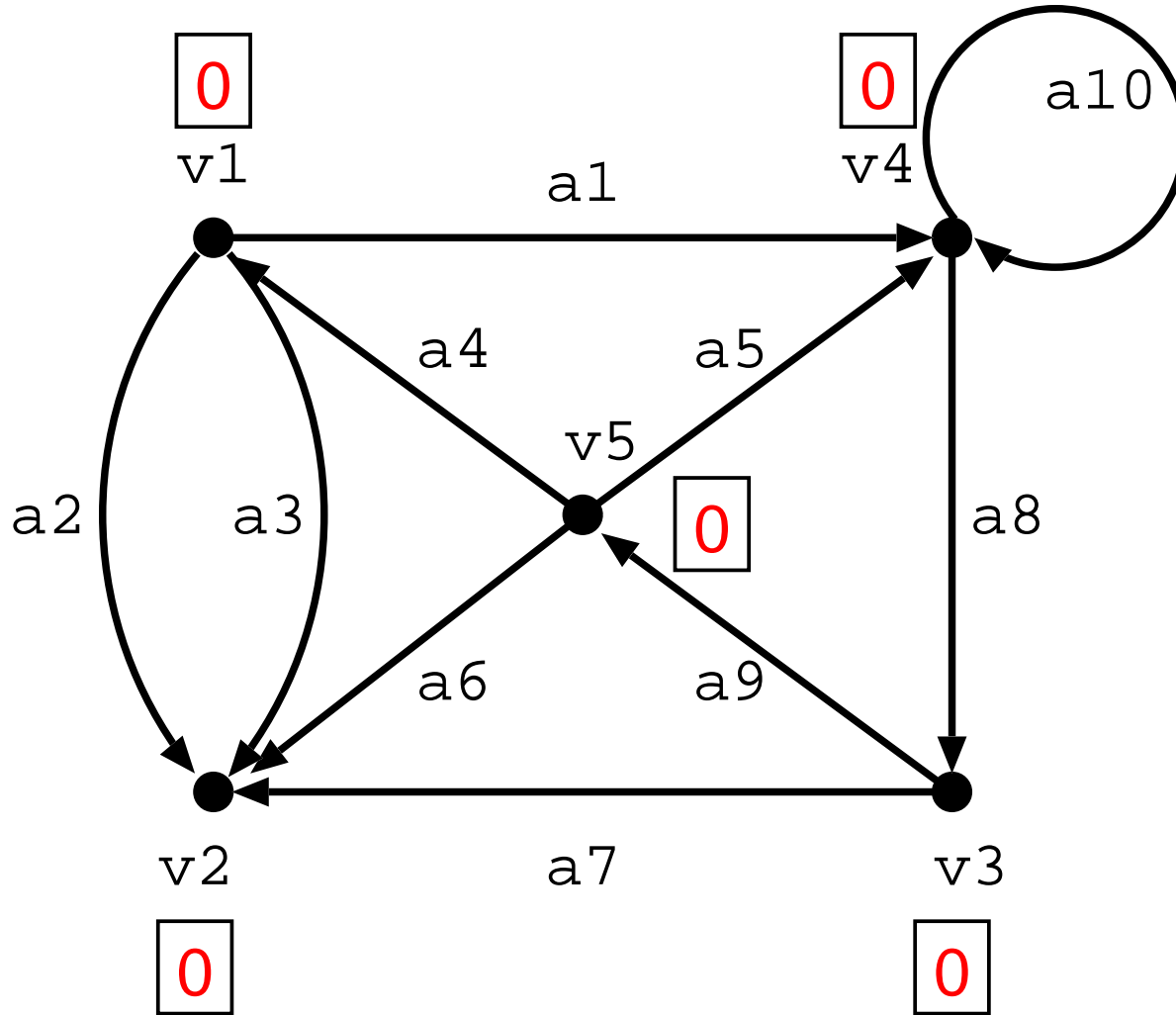
# DFS 12



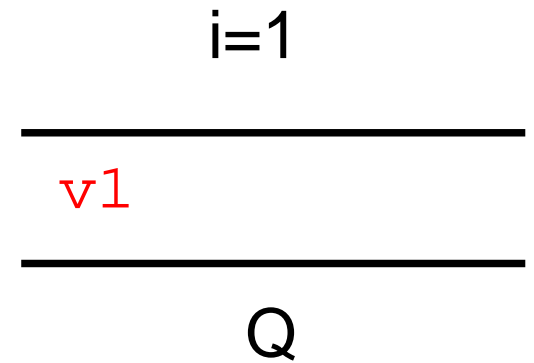
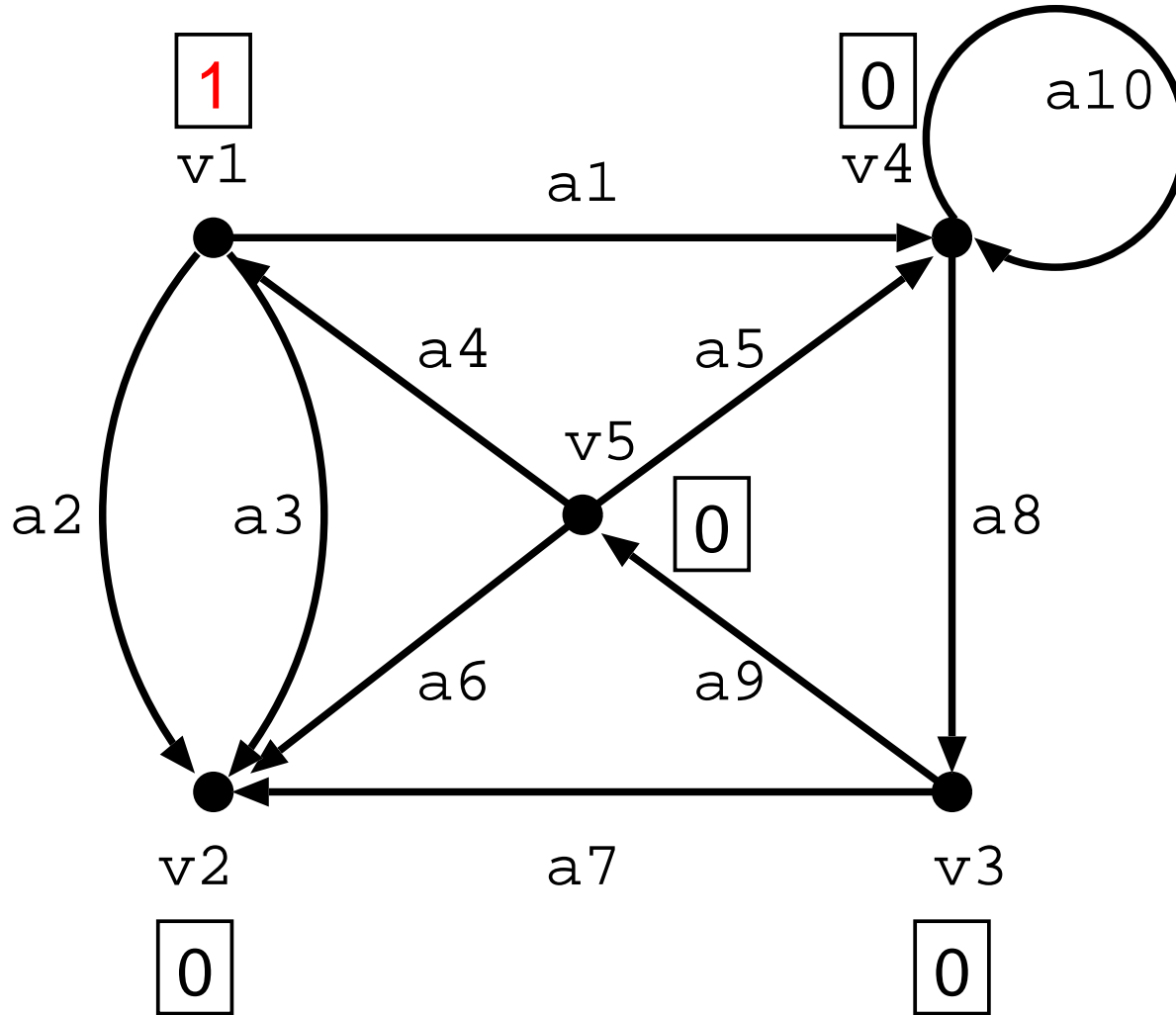
$v =$   
 $a =$   
 $w =$   
 $i = 5$

# 幅優先探索

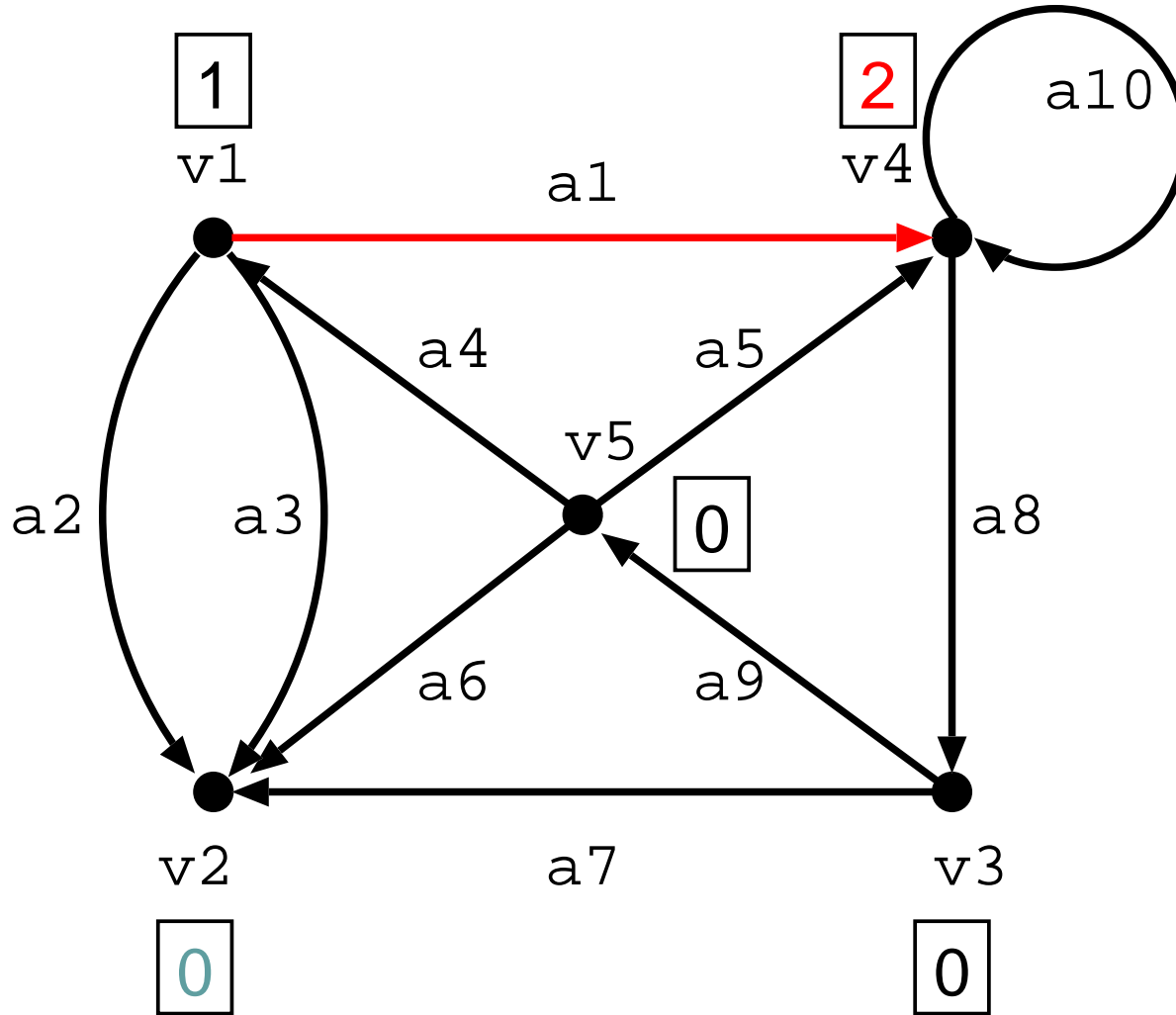
# BFS 1~6



# BFS 7~9



# BFS 10~22



$V = v_1$

$a = a_1$

$W = v_4$

$i = 2$

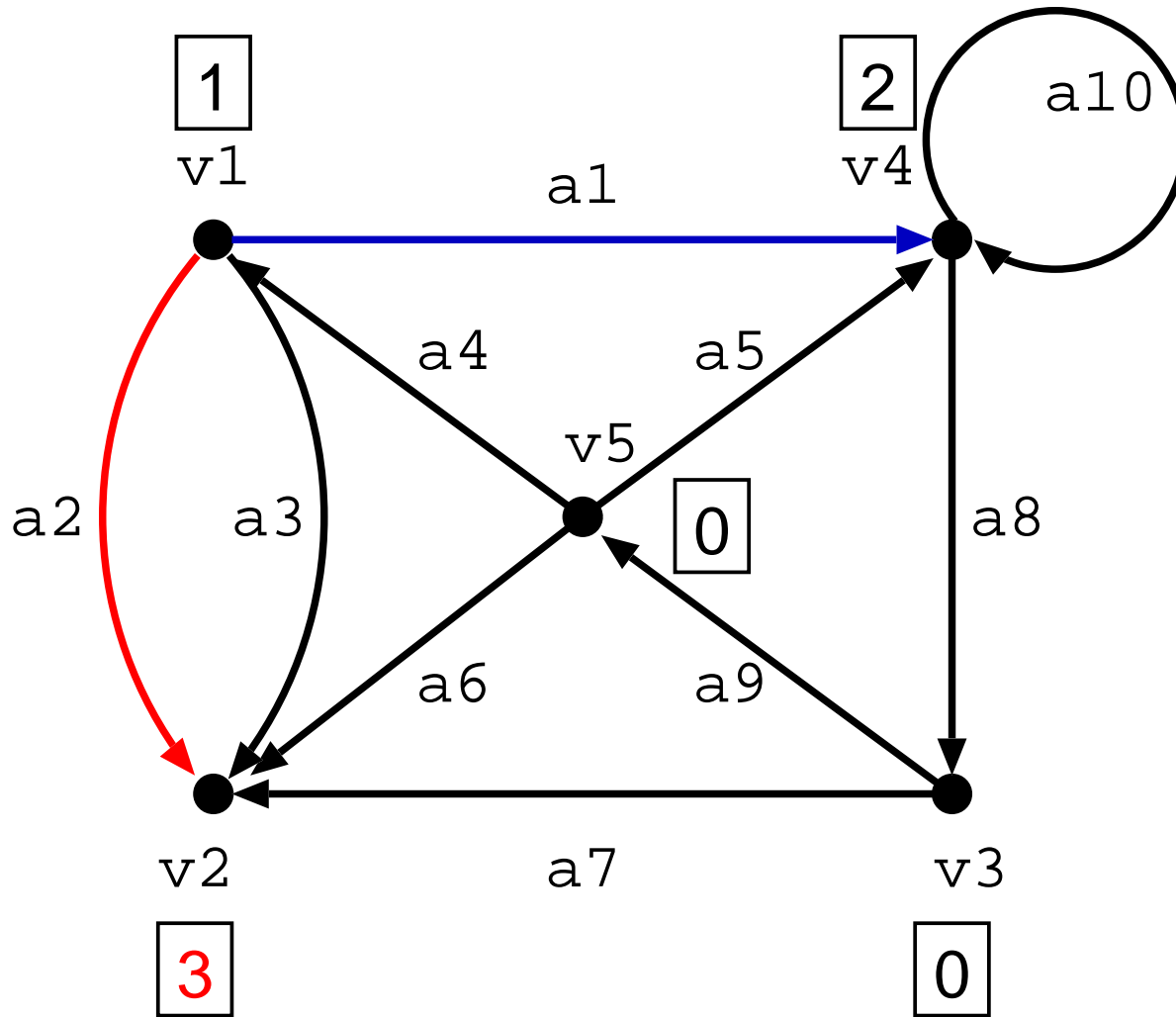
---

$v_1 \ v_4$

---

$Q$

# BFS 10~22



$V = v_1$

$a = a_2$

$W = v_2$

$i = 3$

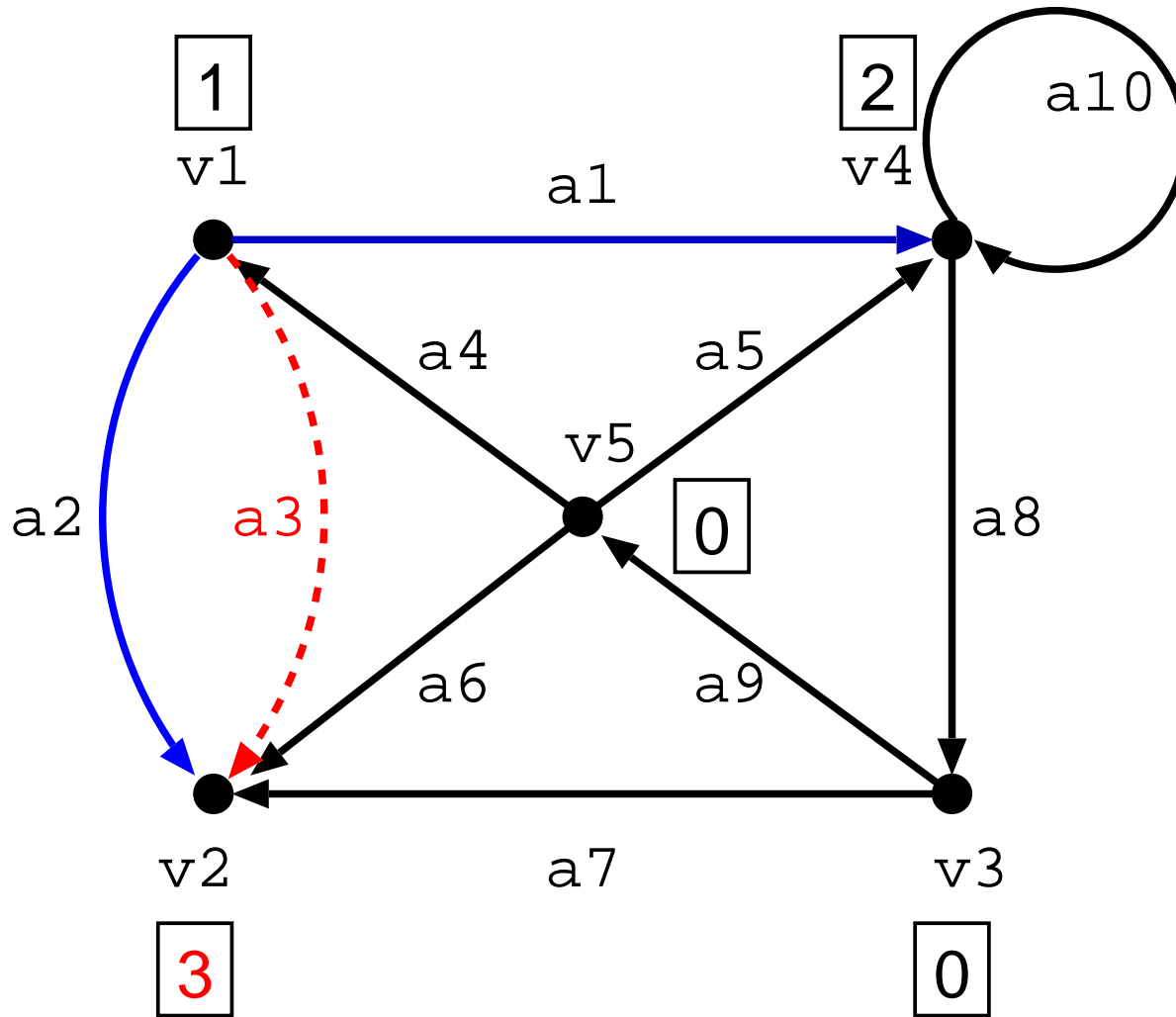
---

$v_1 \ v_4 \ v_2$

---

Q

# BFS 10~22



$V = v_1$

$a = a_3$

$W = v_2$

$i = 3$

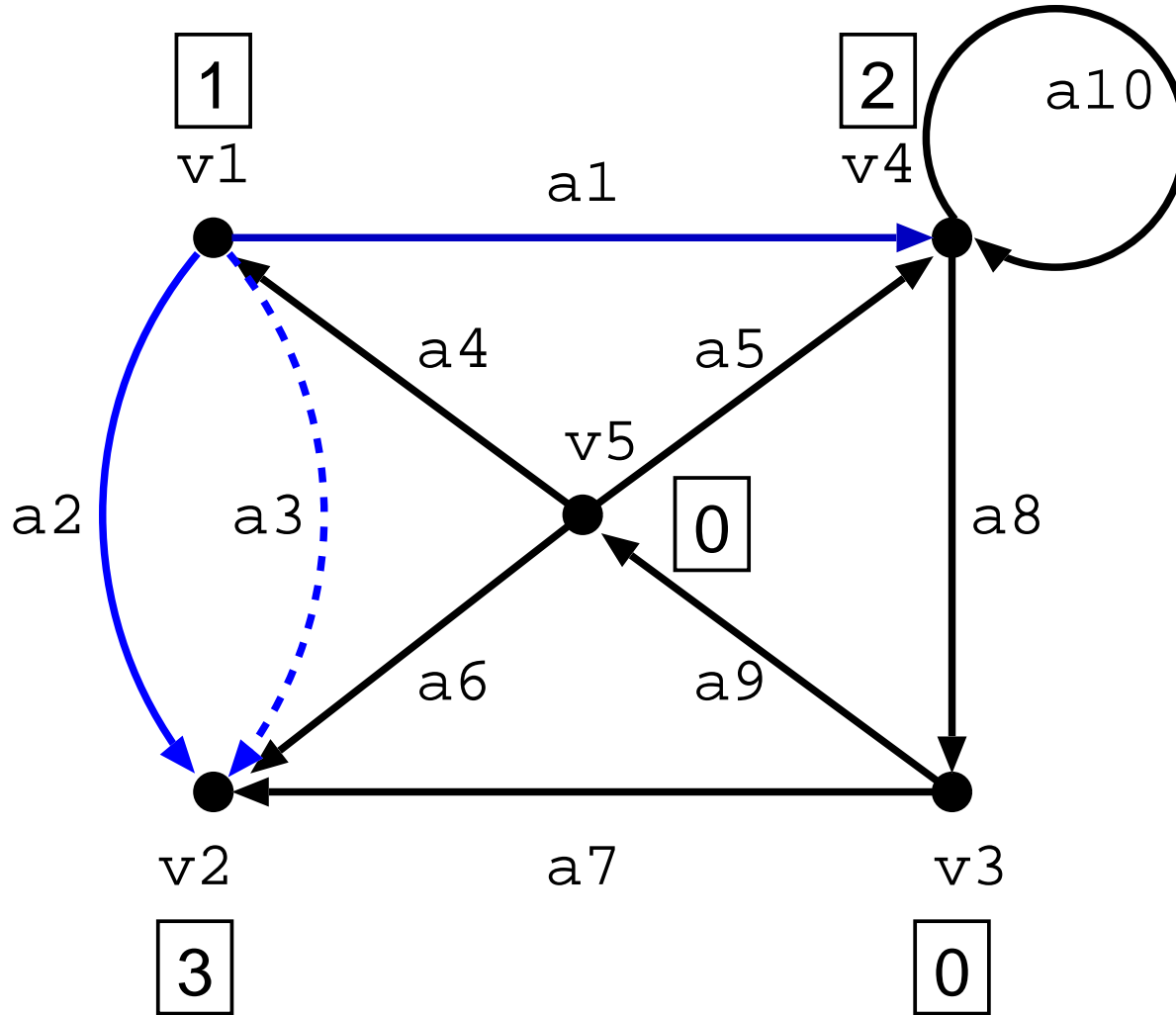
---

$v_1 \ v_4 \ v_2$

---

$Q$

# BFS 10~11



$v = v1$

$a =$

$w =$

$i = 3$

---

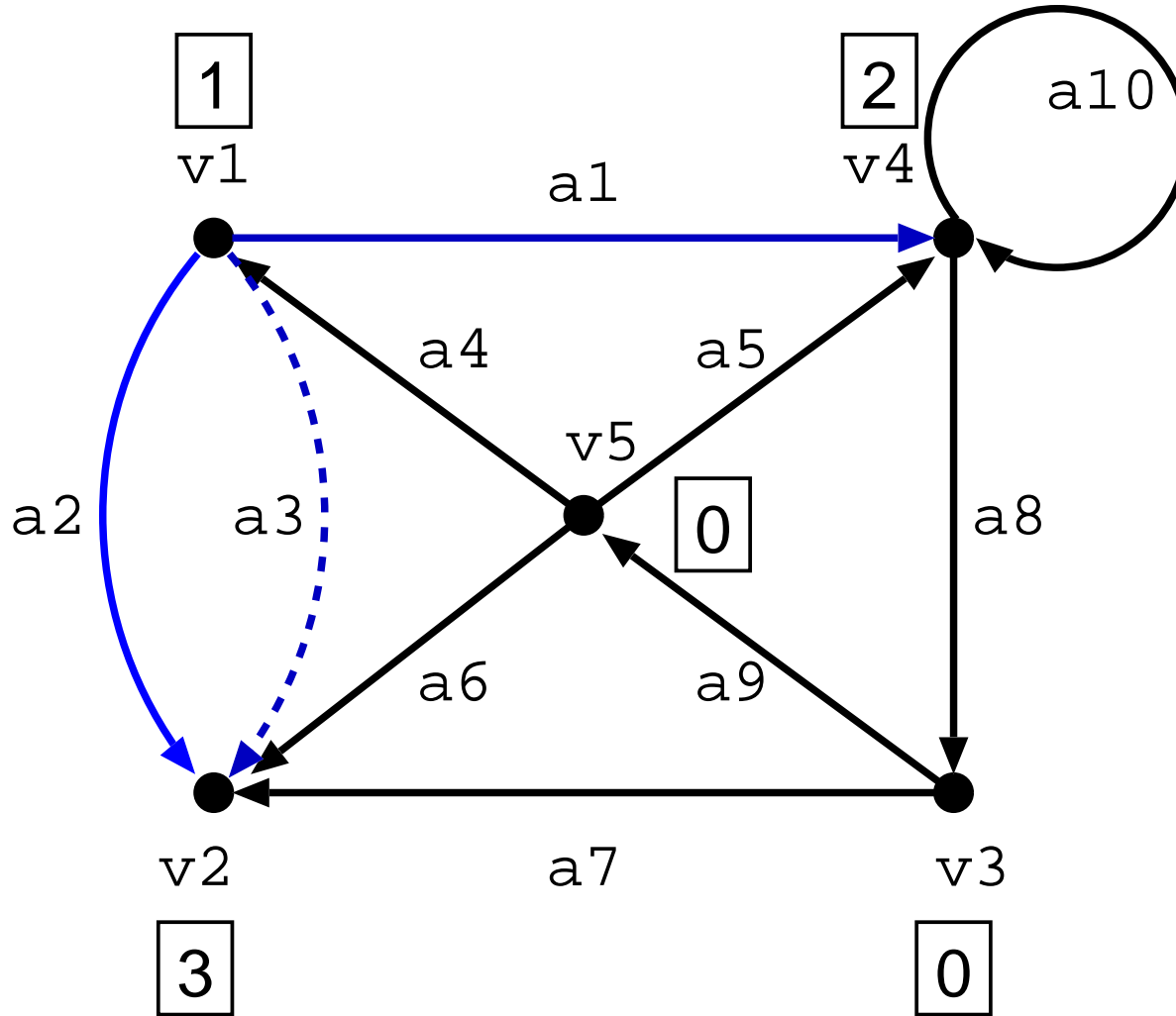
$v1 \ v4 \ v2$

---

$Q$



# BFS 12



$V =$   
 $a =$   
 $W =$   
 $i = 3$

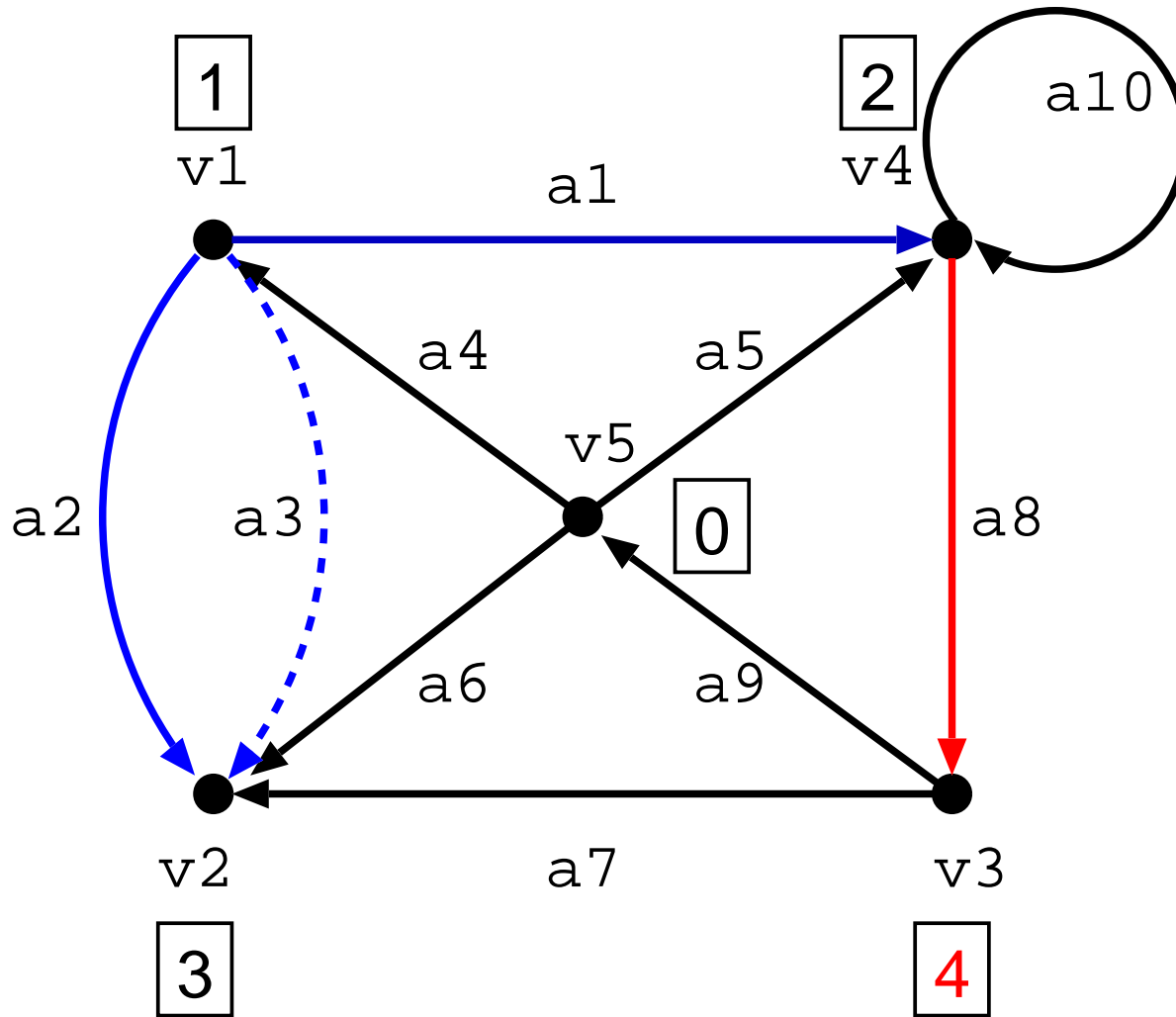
---

$v_4 \ v_2$

---

$Q$

# BFS 10~22



$v = v_4$

$a = a_8$

$w = v_3$

$i = 4$

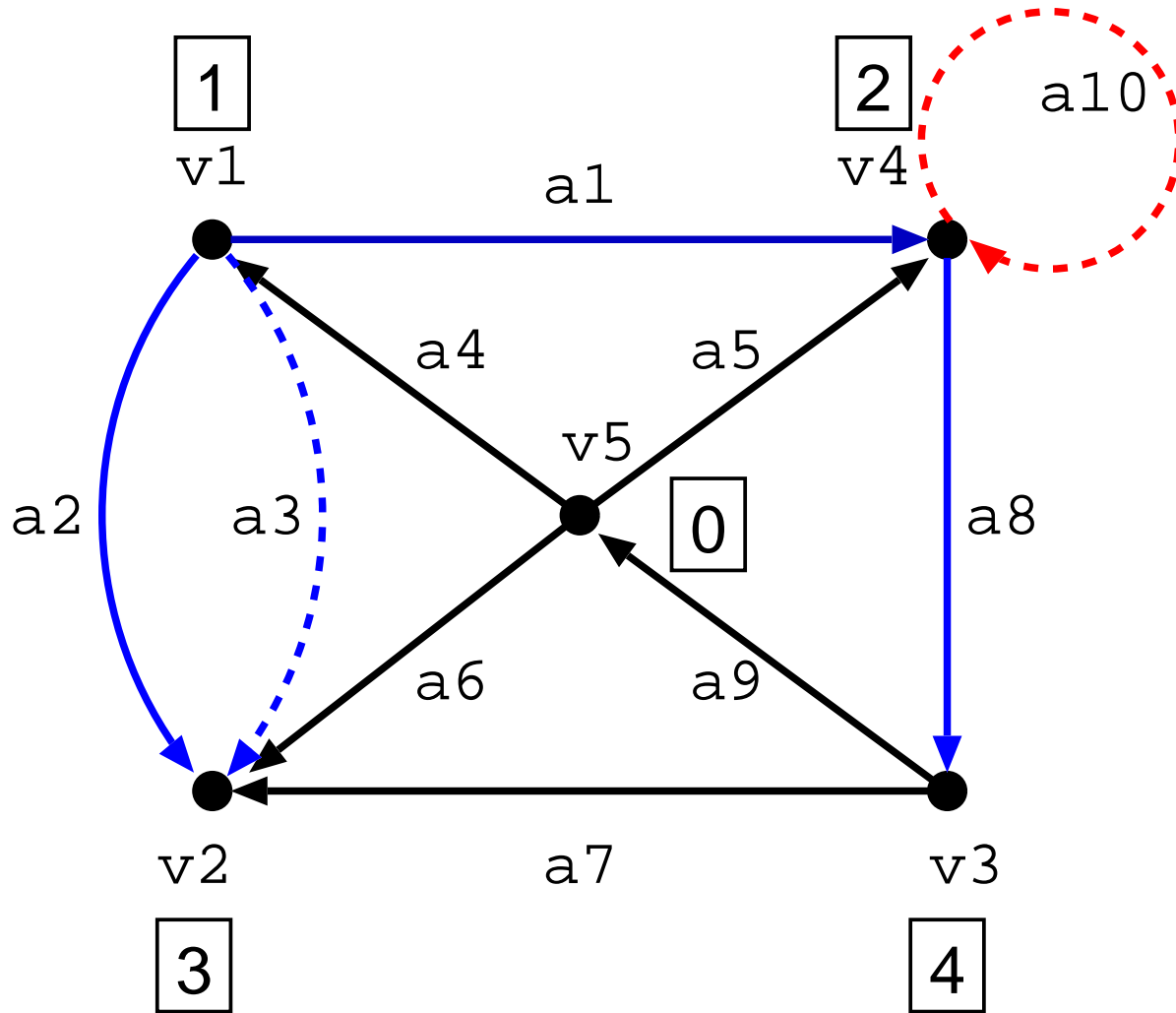
---

$v_4$   $v_2$   $v_3$

---

$Q$

# BFS 10~22



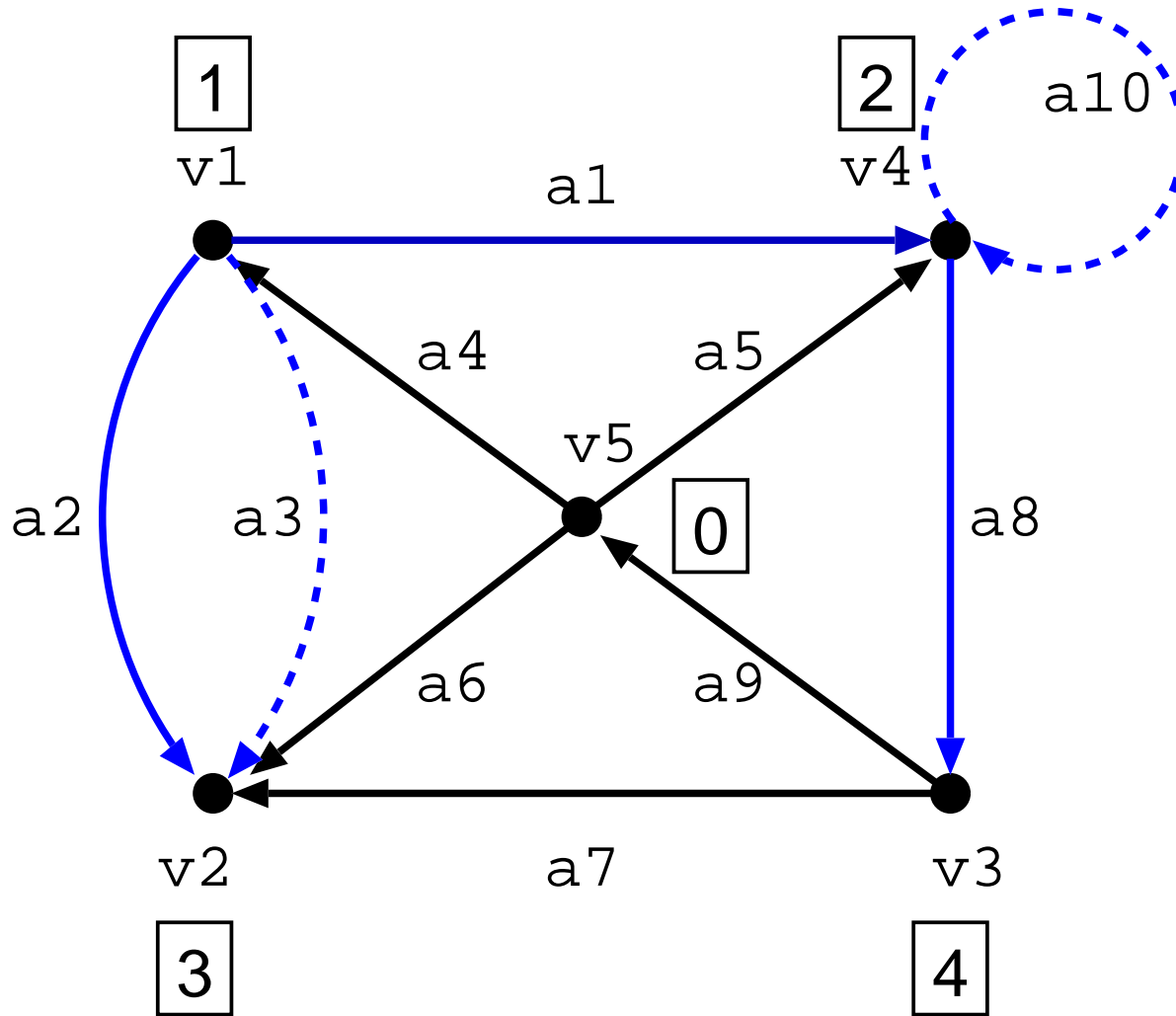
---

v4 v2 v3

---

Q

# BFS 10~11



$V = v_4$

$a =$

$W =$

$i = 4$

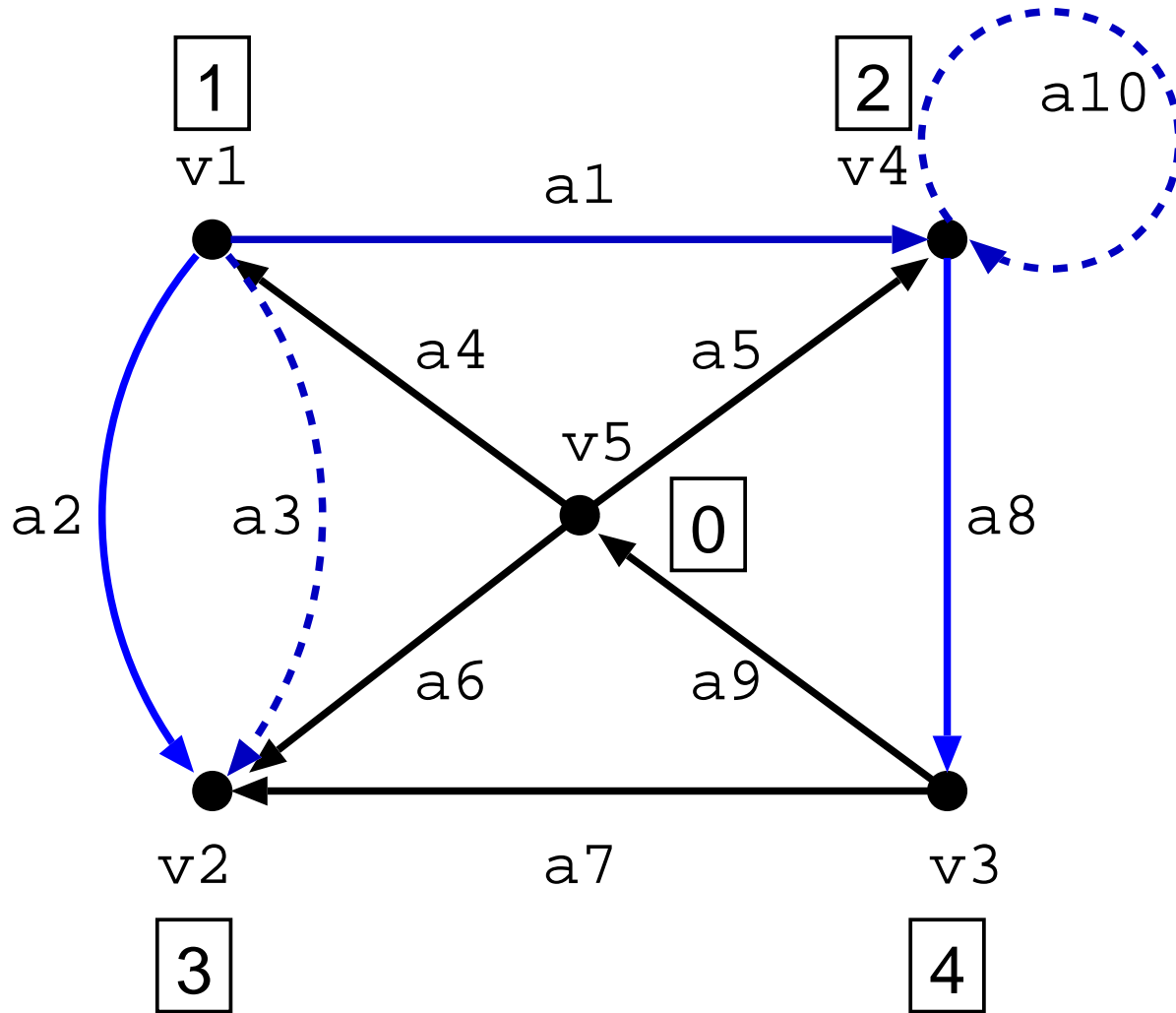
---

$v_4 \ v_2 \ v_3$

---

$Q$

# BFS 12



V=

a=

W=

i=4

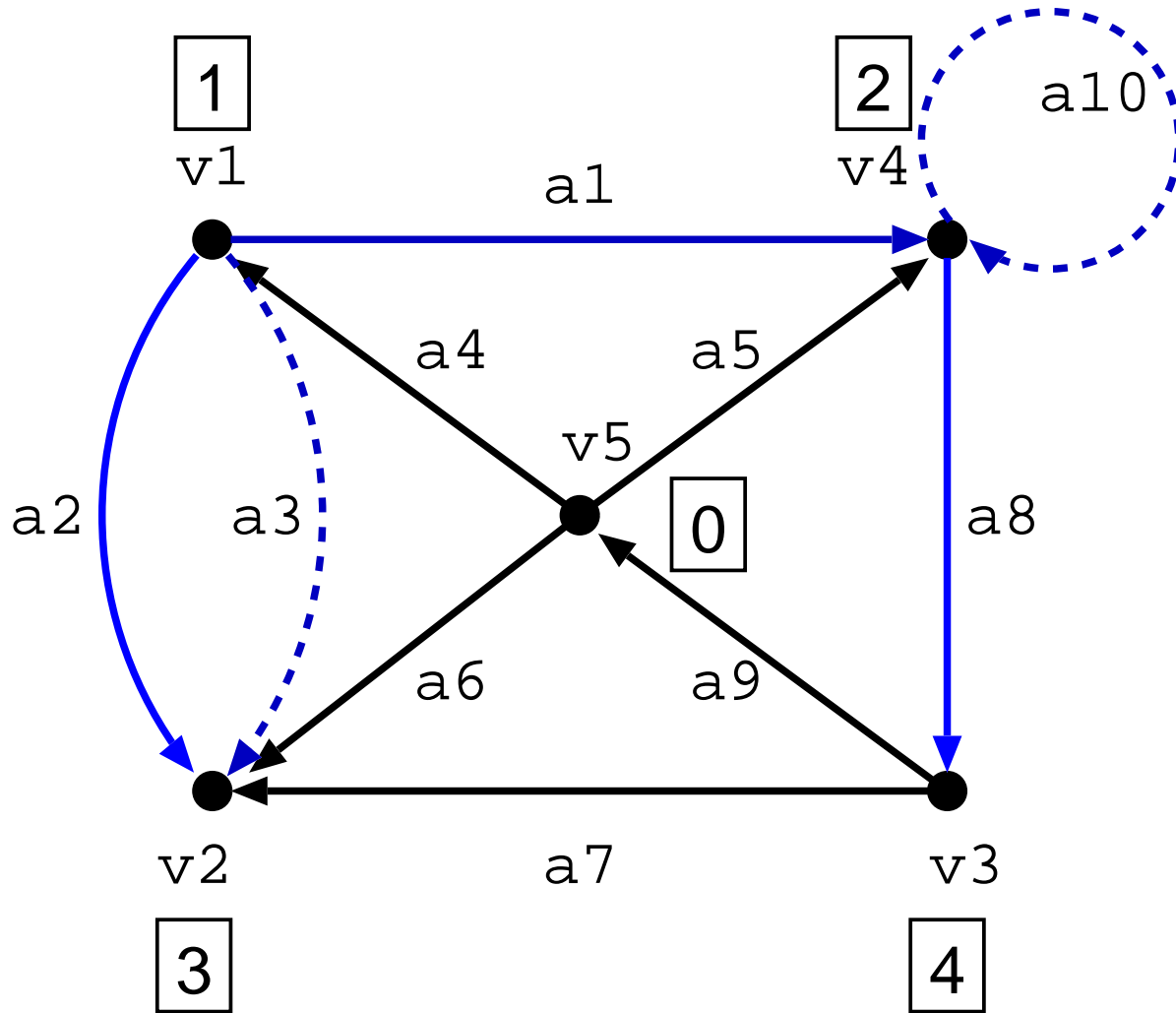
---

v2 v3

---

Q

# BFS 10~11



$v = v_2$

$a =$

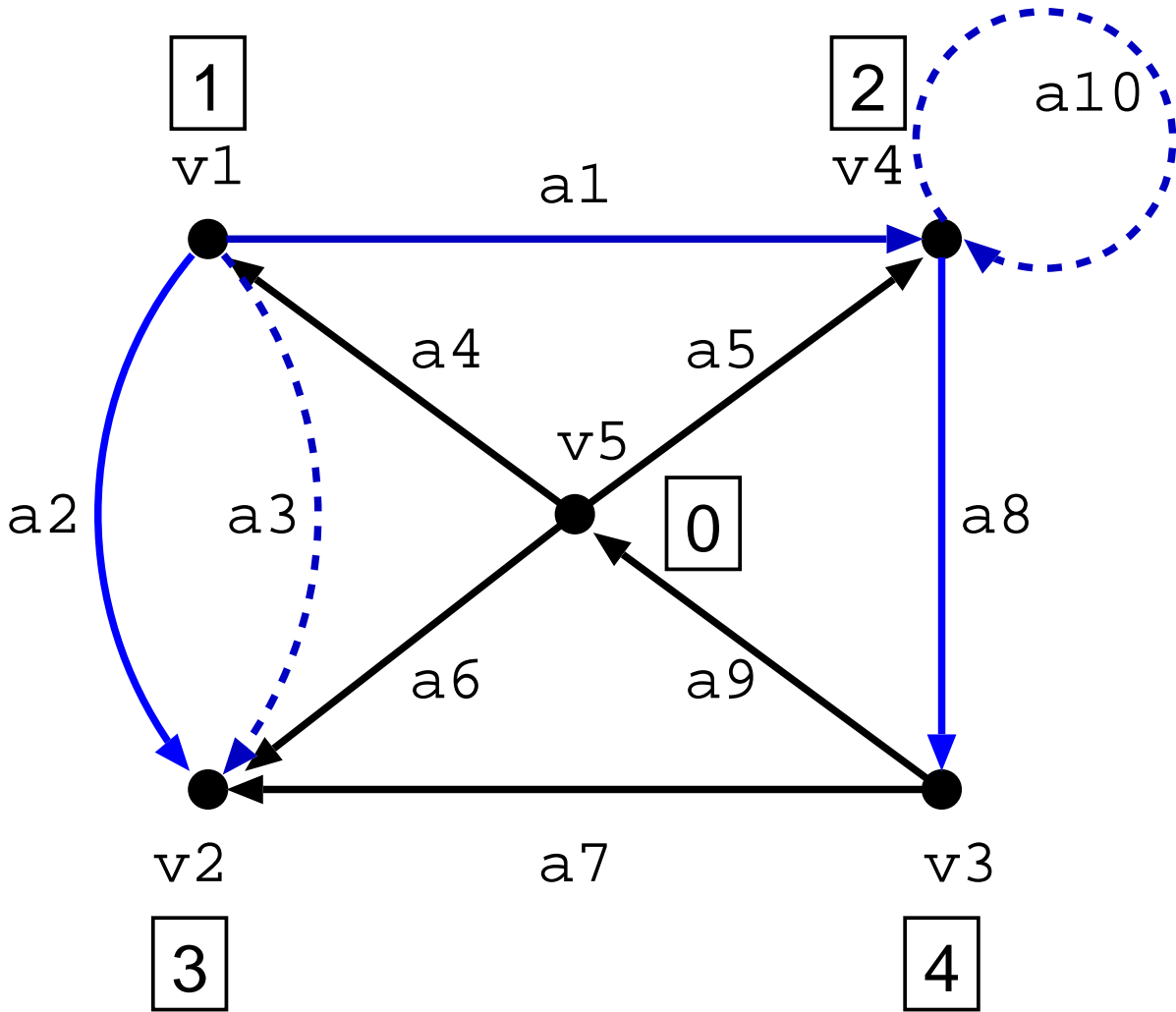
$w =$

$i = 4$

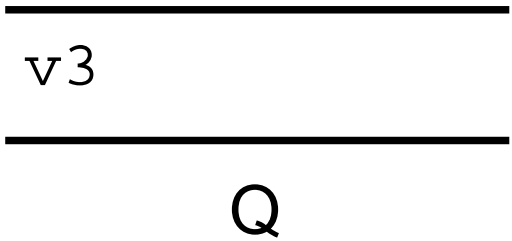
$v_2, v_3$

$Q$

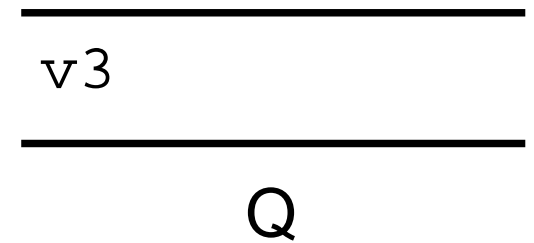
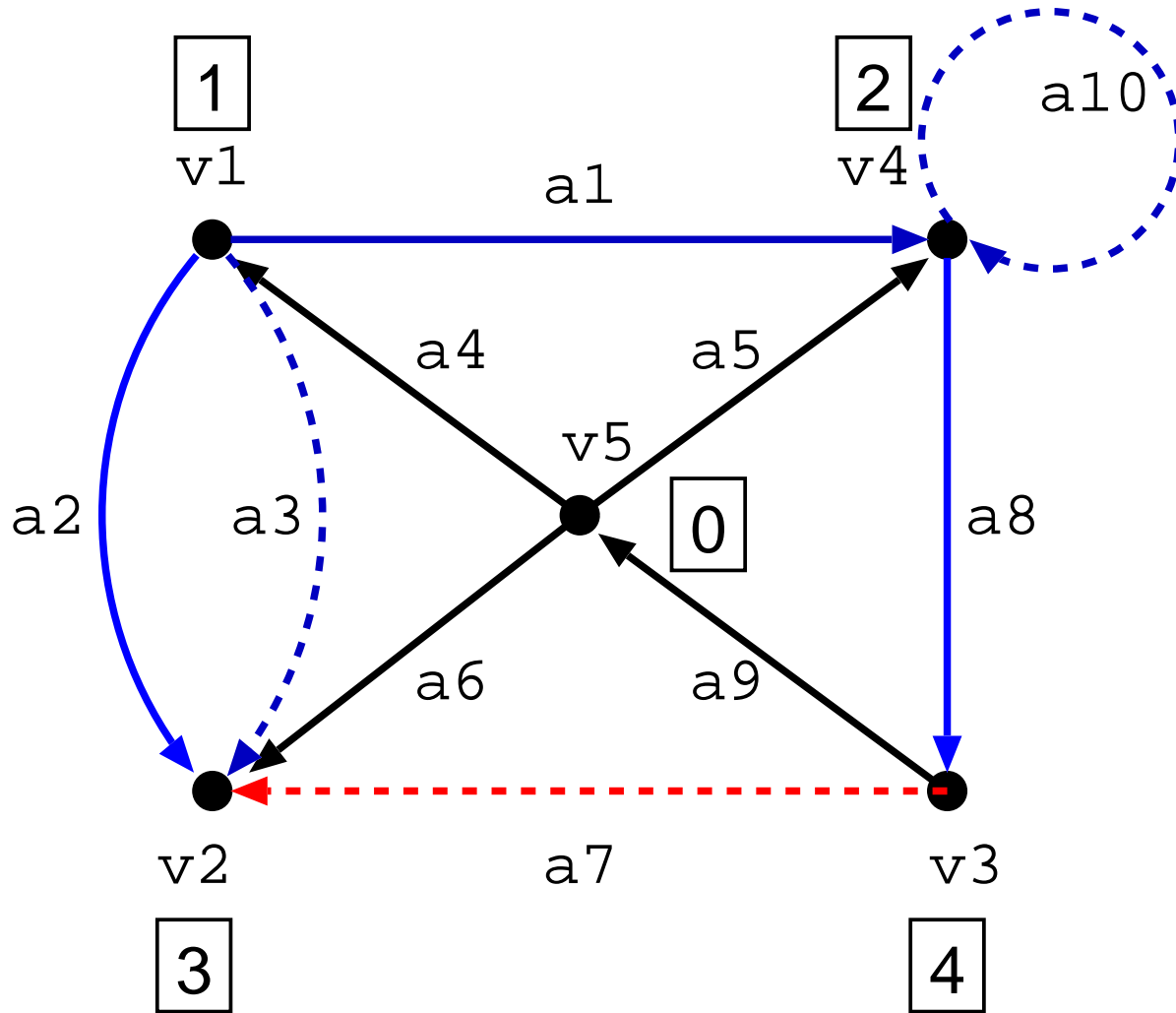
# BFS 12



V=  
a=  
W=  
i=4

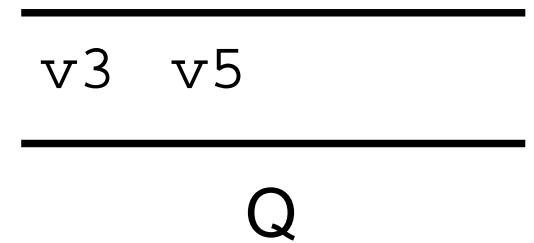
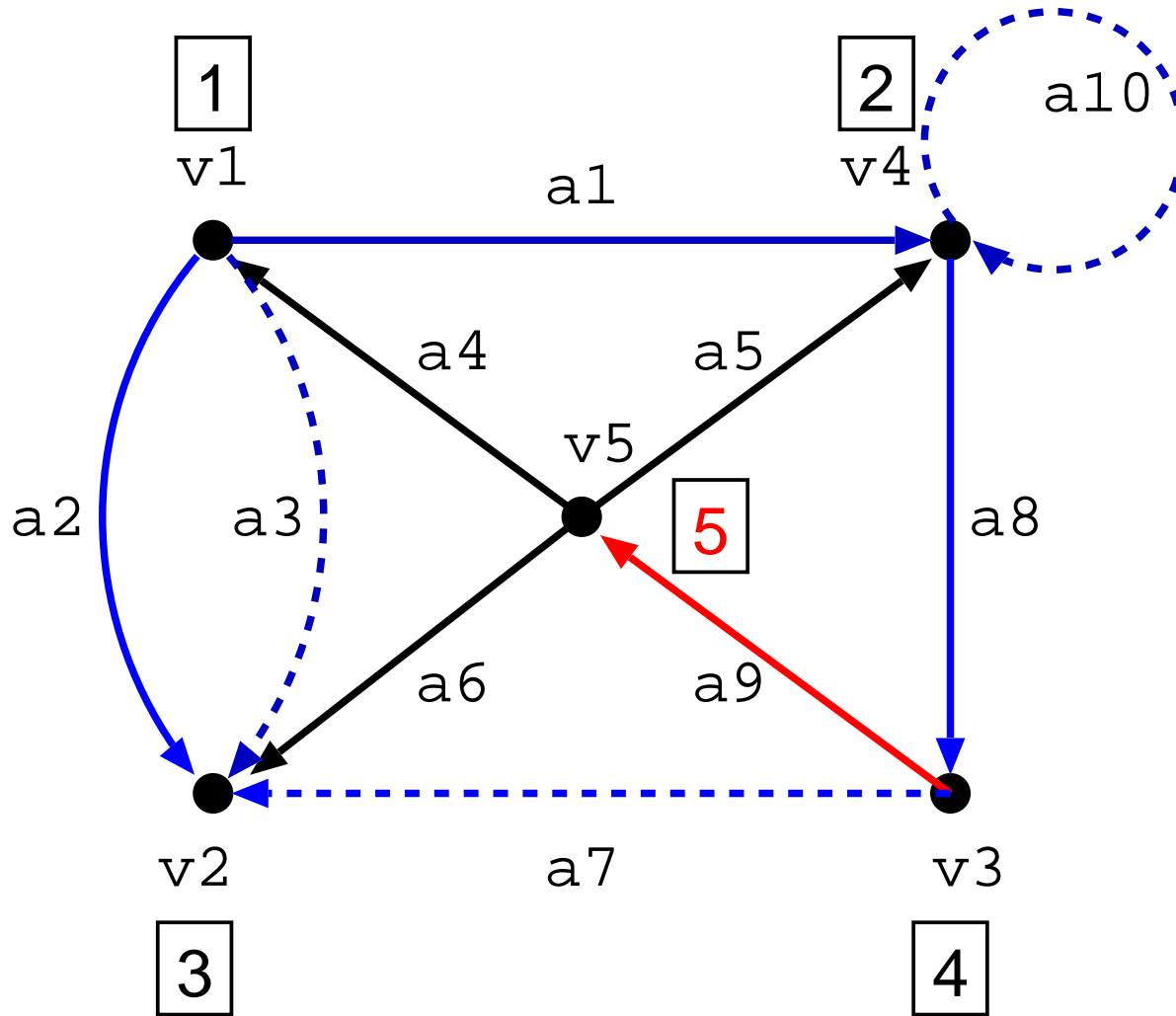


# BFS 10~22

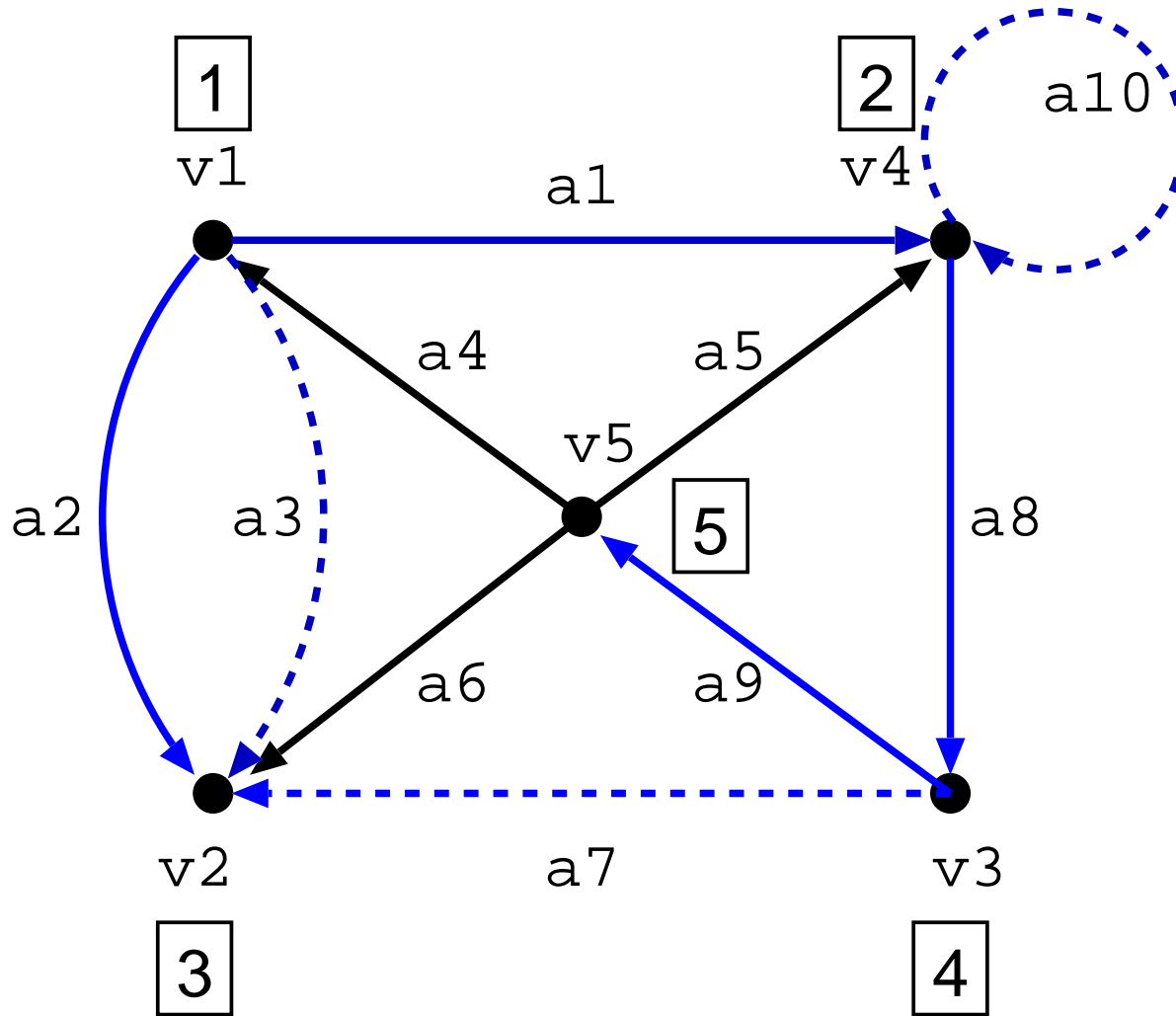




# BFS 10~22



# BFS 10~11

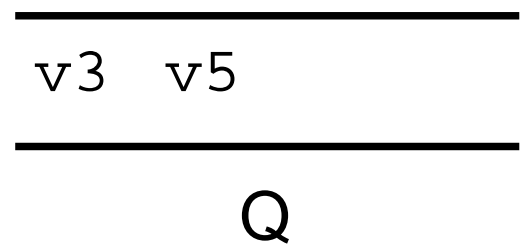


$V = v_3$

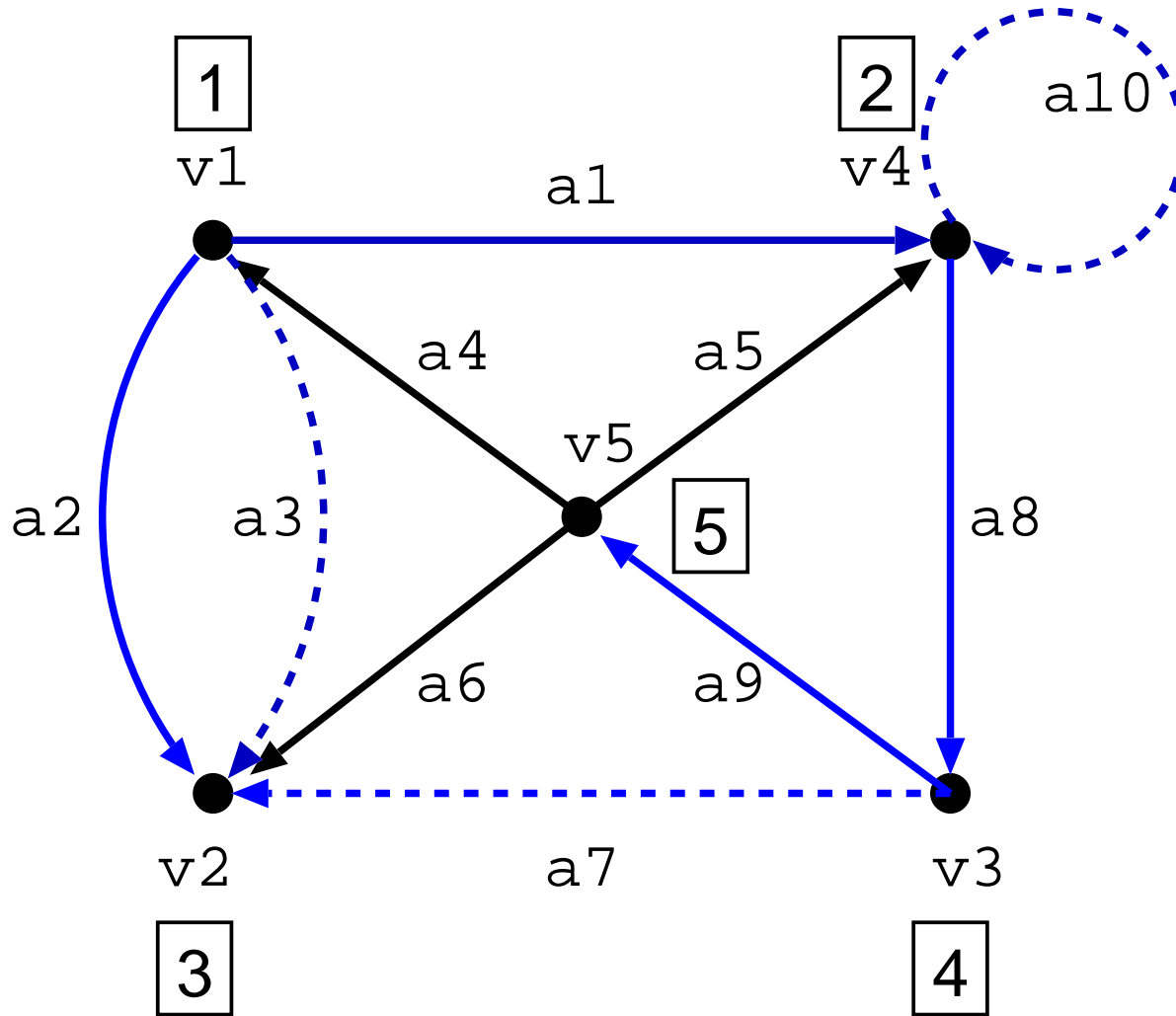
$a =$

$W =$

$i = 5$



# BFS 12



V=

a=

W=

i= 5

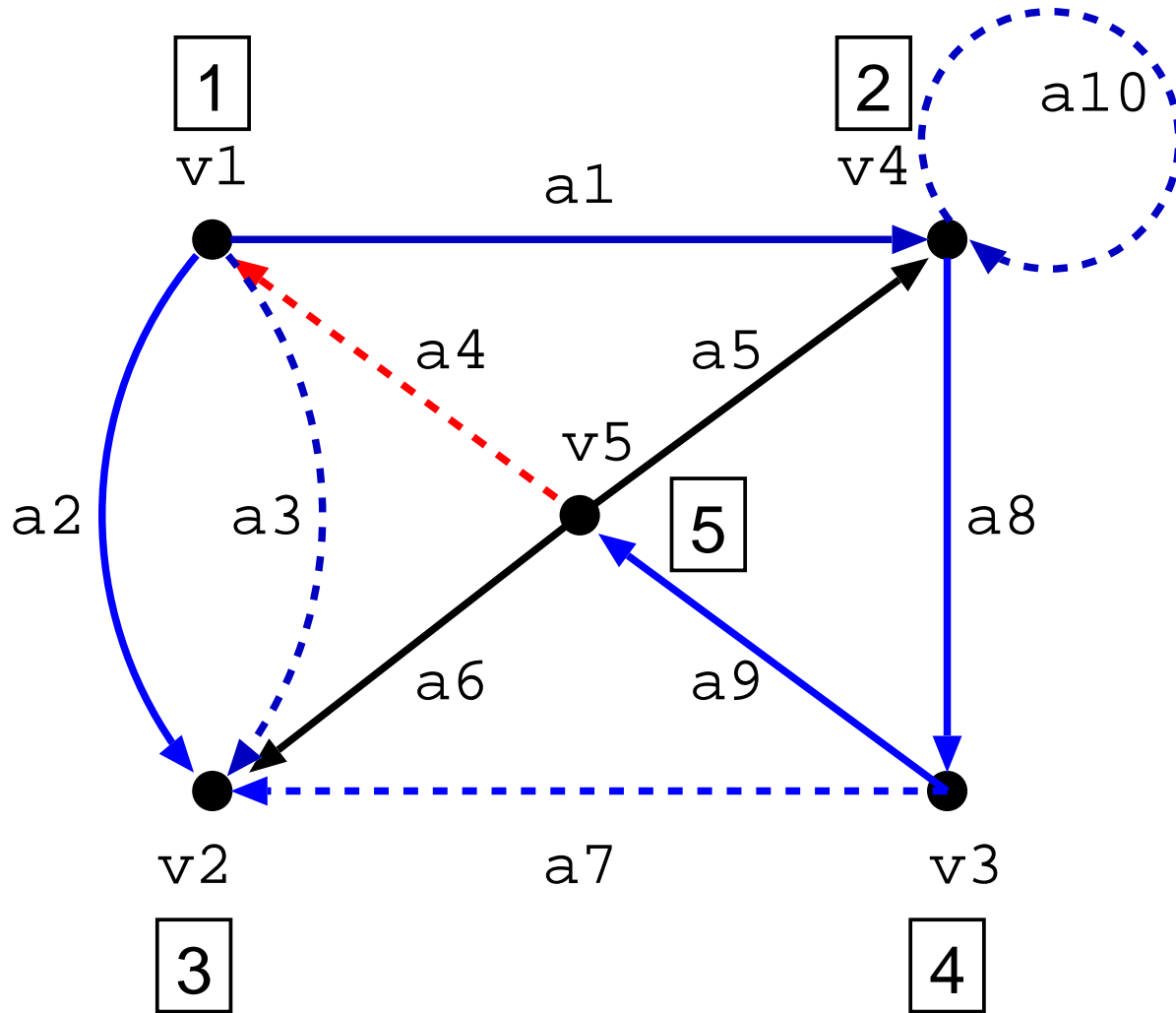
---

v5

---

Q

# BFS 10~22

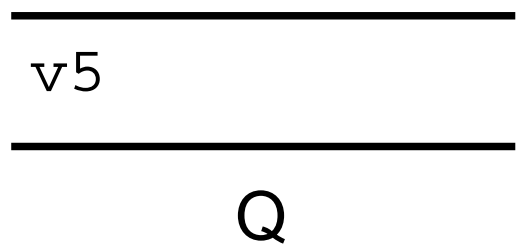


$v = v_5$

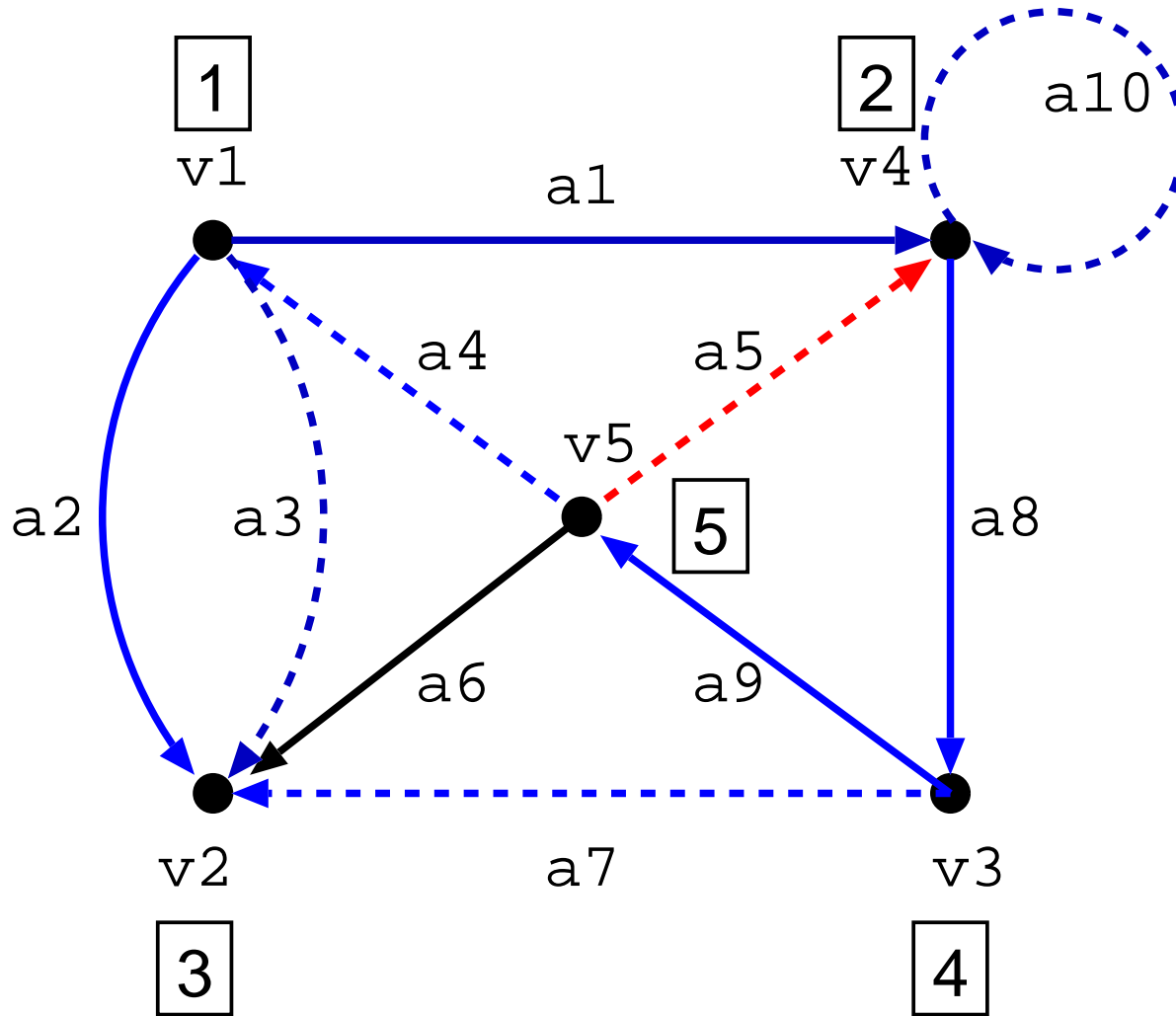
$a = a_4$

$w = v_1$

$i = 5$



# BFS 10~22

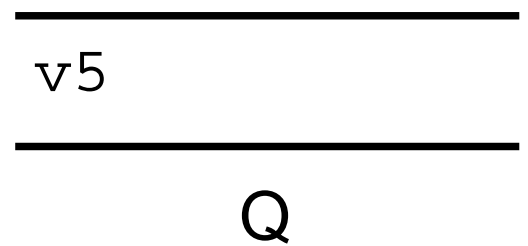


$V = v_5$

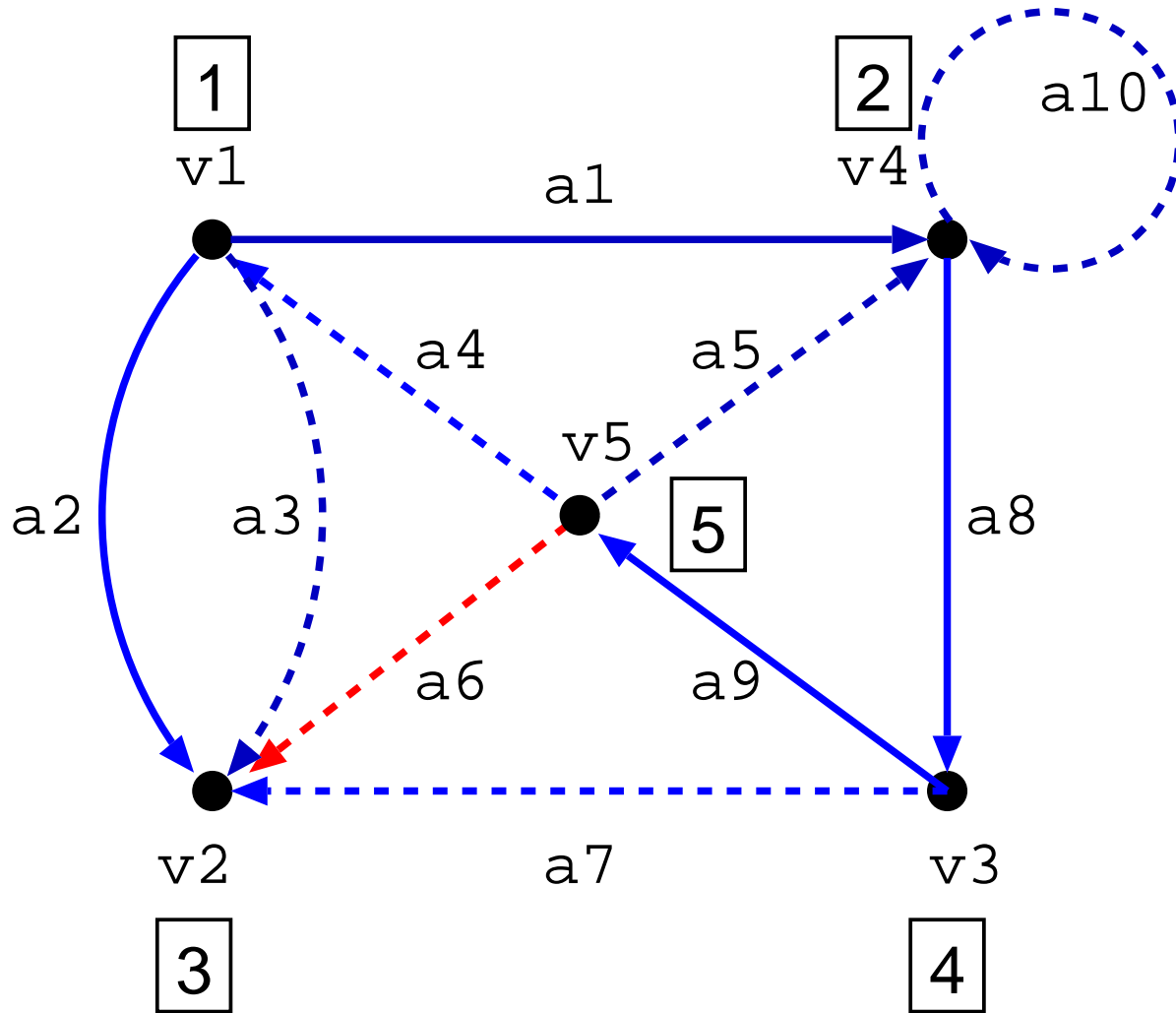
$a = a_5$

$W = v_4$

$i = 5$



# BFS 10~22

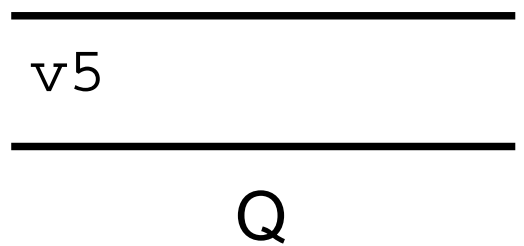


$V = v_5$

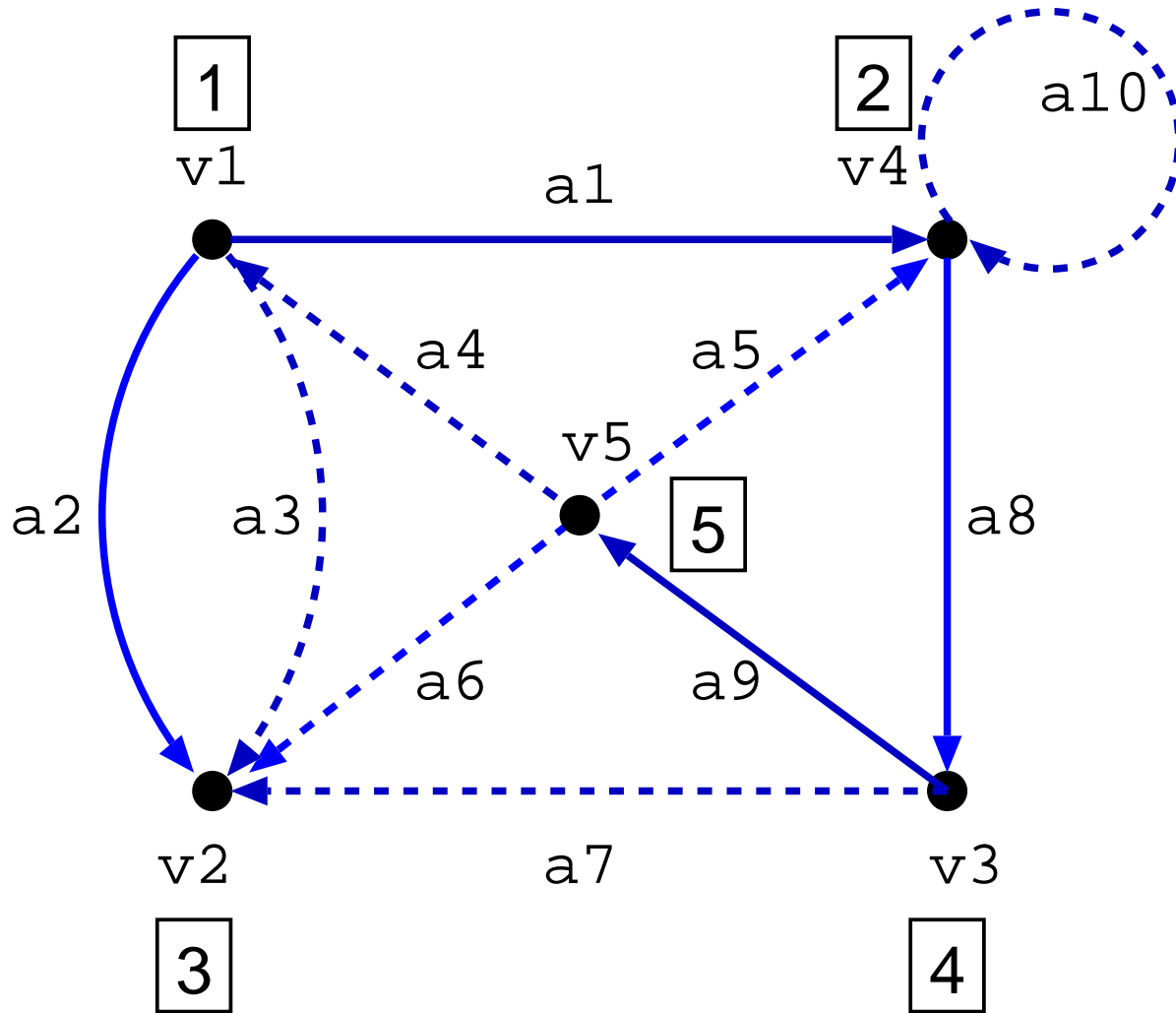
$a = a_6$

$W = v_2$

$i = 5$



# BFS 10~11

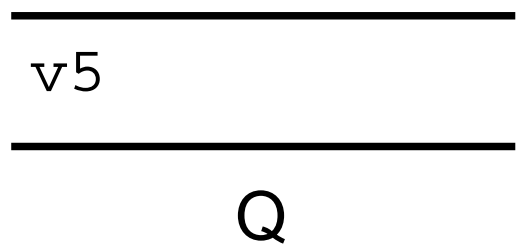


$V = v_5$

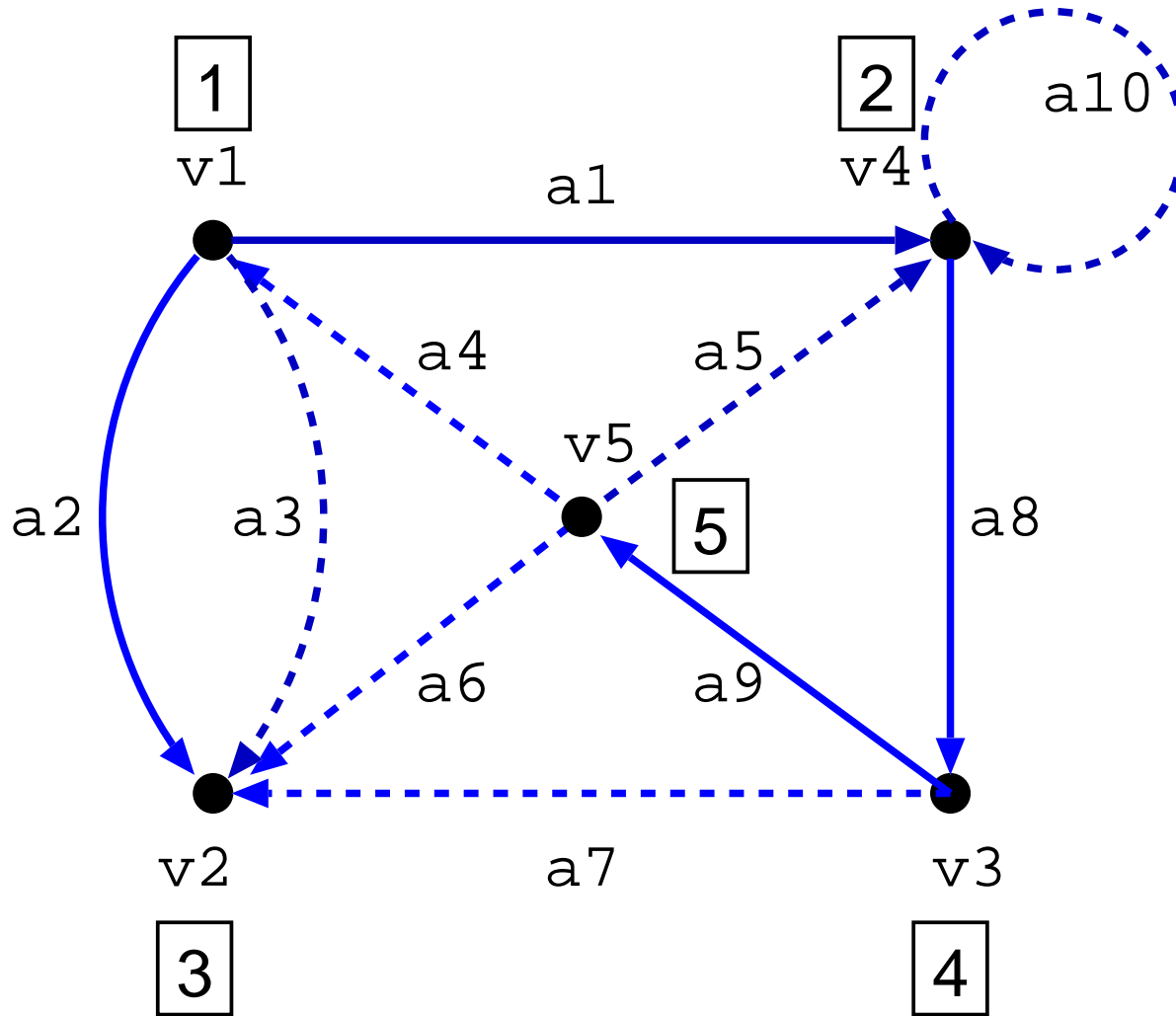
$a =$

$W =$

$i = 5$



# BFS 12



V=

a=

W=

i=

---

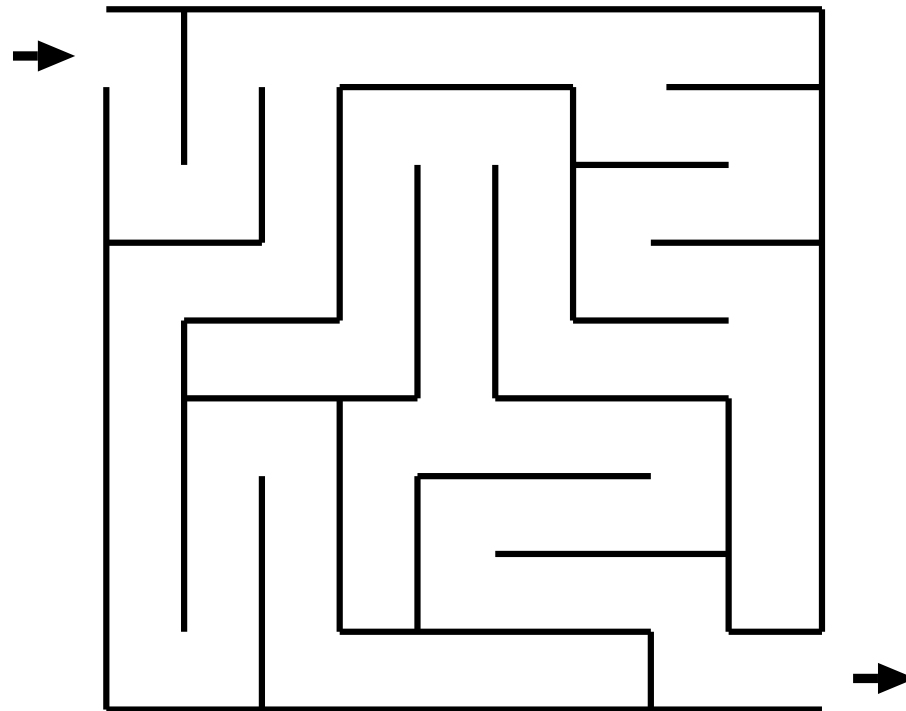
---

Q



# 深さ優先探索のちょっとした応用

図のような迷路が与えられたときに、入口と出口への道を見付けるために深さ優先探索を用いることができる。



(a)

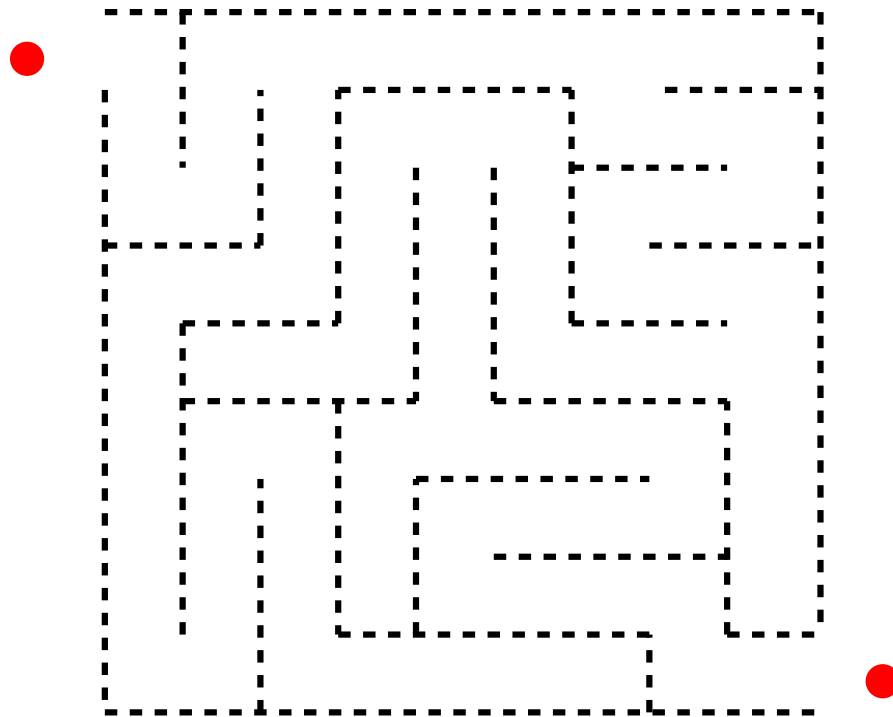
# 深さ優先探索のちょっとした応用

そのために、与えられた迷路から以下のようにグラフ(の幾何学的表現)を構成する.

# 深さ優先探索のちょっとした応用

そのために、与えられた迷路から以下のようにグラフ(の幾何学的表現)を構成する.

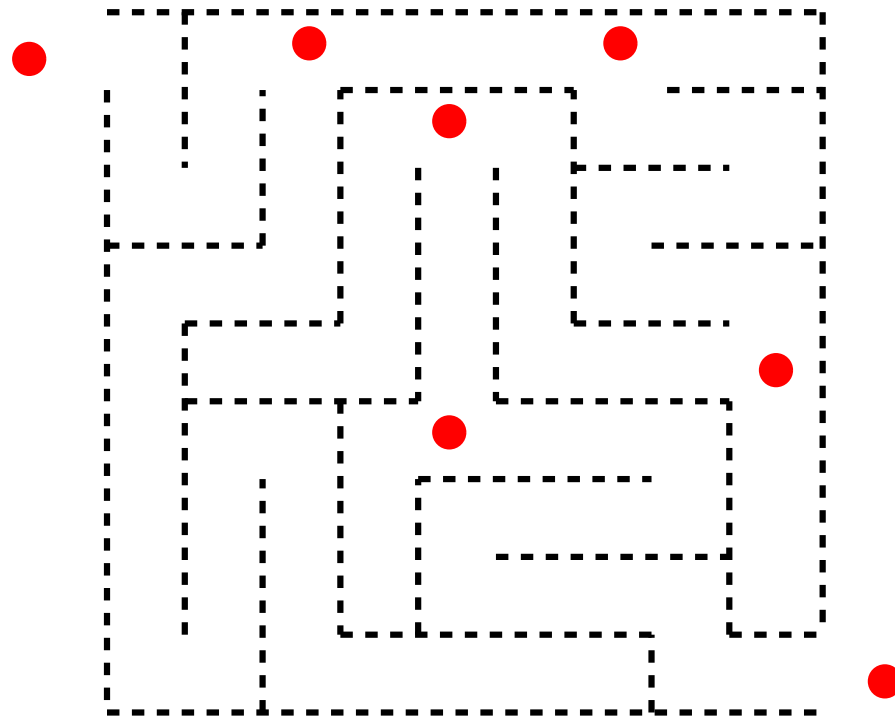
(1) 入口と出口に点を書く.



# 深さ優先探索のちょっとした応用

そのために、与えられた迷路から以下のようにグラフ(の幾何学的表現)を構成する.

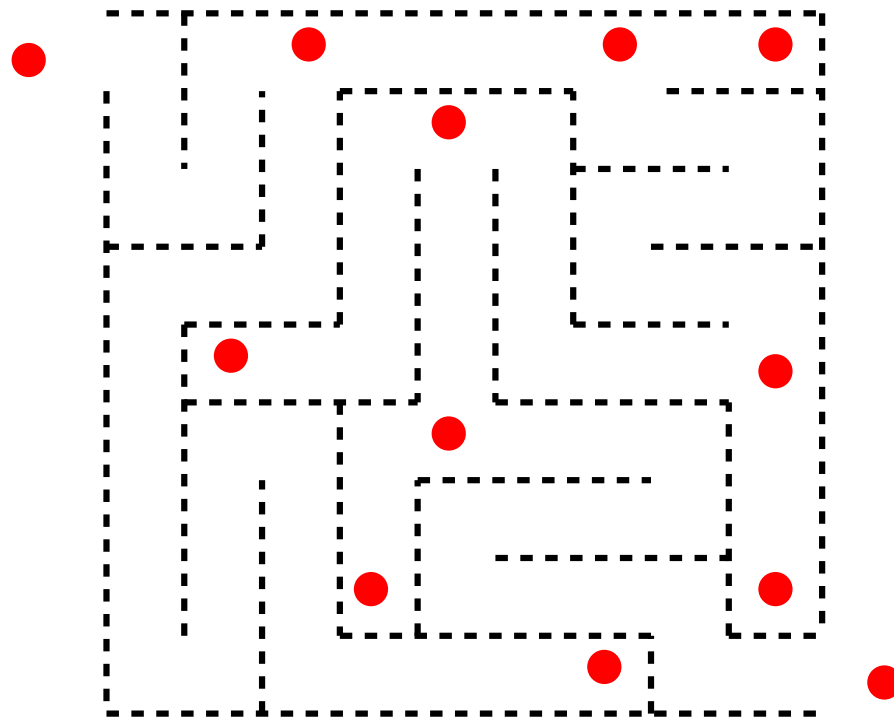
(2) 迷路の中で道が二つ以上に分かれる分岐点に点を書く.



# 深さ優先探索のちょっとした応用

そのために、与えられた迷路から以下のようにグラフ(の幾何学的表現)を構成する.

(3) 迷路の中で行き止まりになっている地点に点を書く.

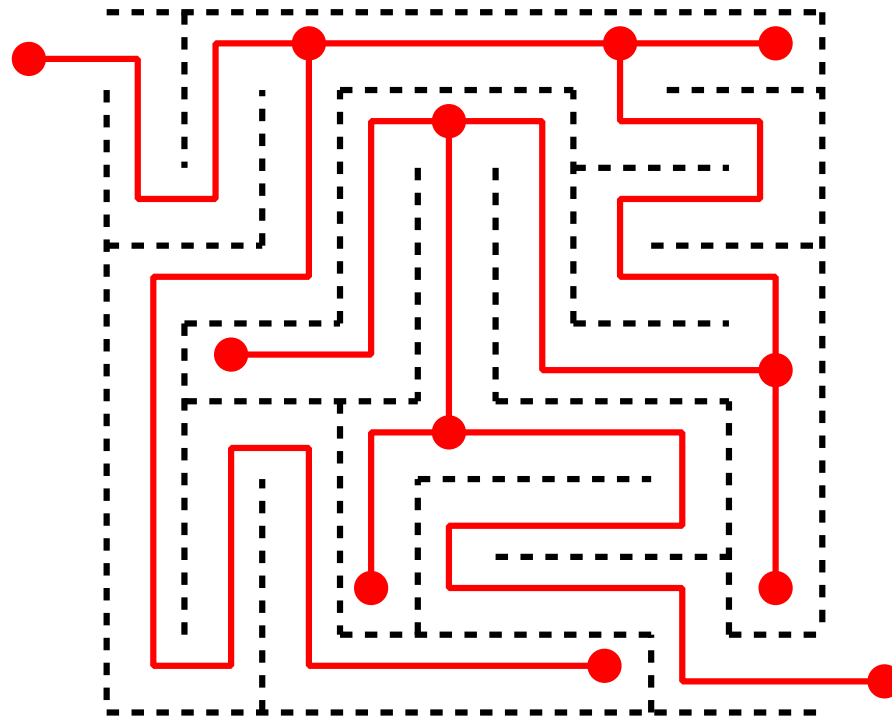


(b)

# 深さ優先探索のちょっとした応用

そのために、与えられた迷路から以下のようにグラフ(の幾何学的表現)を構成する.

(4) 迷路の中の道に添って、(1)~(3)で書いた点どうしを結ぶ.



# 深さ優先探索のちょっとした応用

実際には、迷路が与えられたときにそのグラフ表現を書かなくても、迷路の深さ優先探索がどのようなになるかは想像できるであろう。