グラフとネットワーク(第4回)

安藤 和敏

ando@sys.eng.shizuoka.ac.jp

静岡大学工学部

特殊なグラフ

特殊なグラフ

- 完全グラフ

特殊なグラフ

- 完全グラフ
- 2 部グラフ

特殊なグラフ

- 完全グラフ
- 2部グラフ
- 道

特殊なグラフ

- 完全グラフ
- 2 部グラフ
- 道
- 木

特殊なグラフ

- 完全グラフ
- 2 部グラフ
- 道
- 木
- 平面グラフ

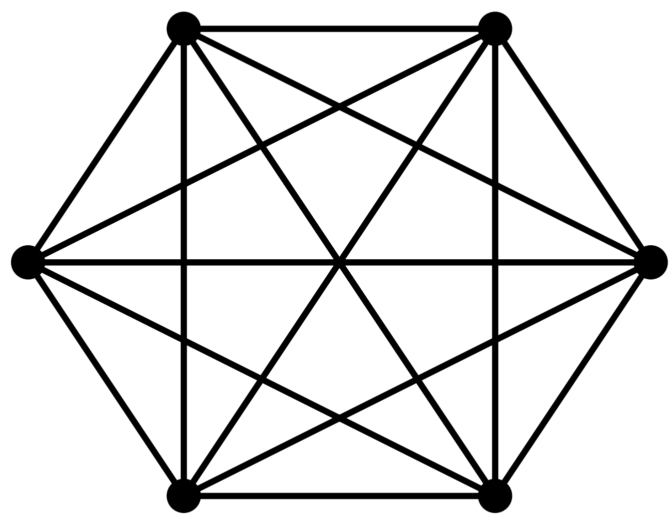
完全グラフ

完全グラフ

自己閉路を持たない無向グラフ $G = (V, A)$ は, 任意の相異なる 2 点に対してそれらを結ぶ枝がちょうど 1 本存在するとき, 完全グラフと呼ばれる.

完全グラフ

自己閉路を持たない無向グラフ $G = (V, A)$ は, 任意の相異なる 2 点に対してそれらを結ぶ枝がちょうど 1 本存在するとき, 完全グラフと呼ばれる.



K 6

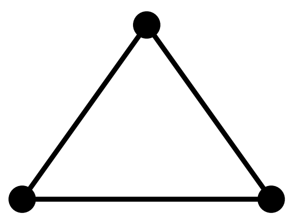
完全グラフ(続き)

完全グラフ(続き)

$|V| = n$ ととき, n 点完全グラフといい, K_n と表す.

完全グラフ(続き)

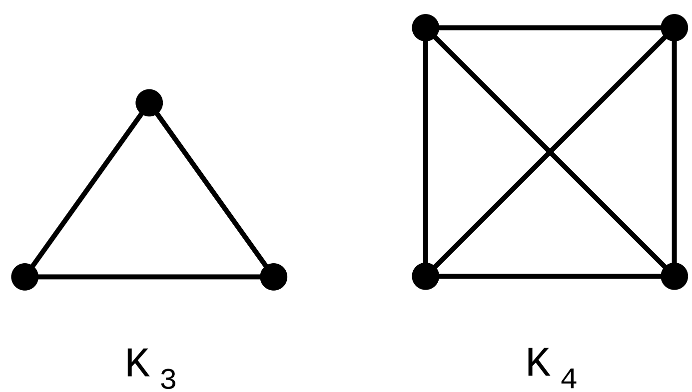
$|V| = n$ とときき, n 点完全グラフといい, K_n と表す.



K 3

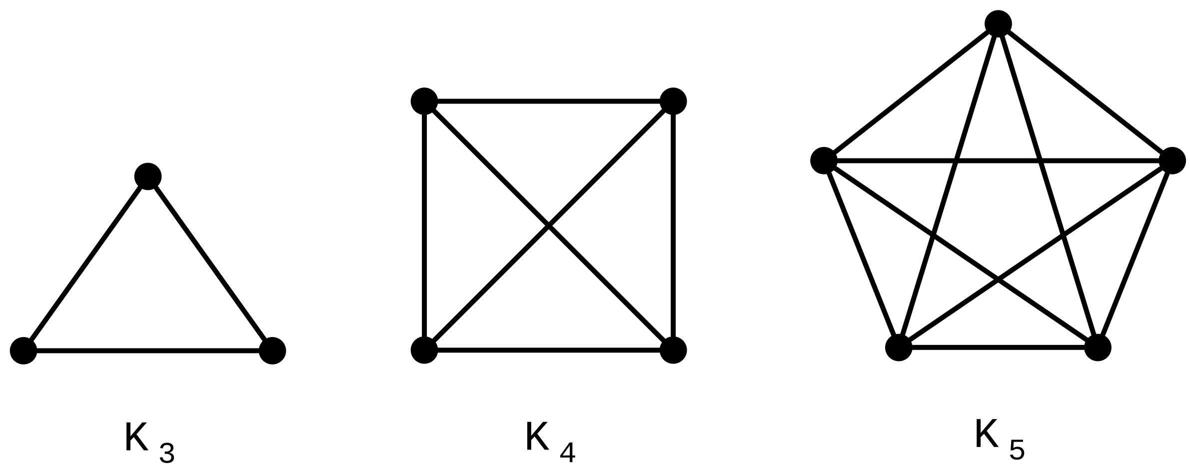
完全グラフ(続き)

$|V| = n$ とときき, n 点完全グラフといい, K_n と表す.



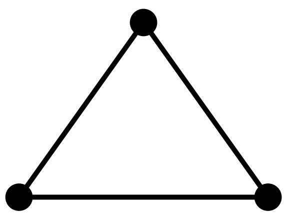
完全グラフ(続き)

$|V| = n$ とときき, n 点完全グラフといい, K_n と表す.

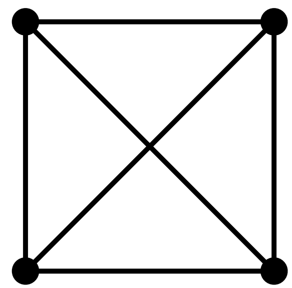


完全グラフ(続き)

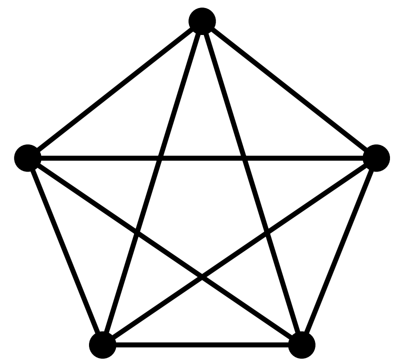
$|V| = n$ ととき, n 点完全グラフといい, K_n と表す.



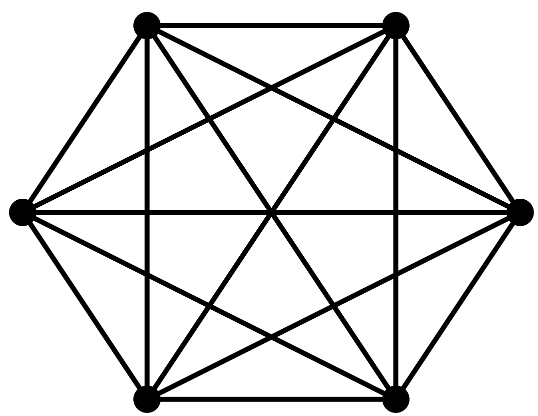
K 3



K 4



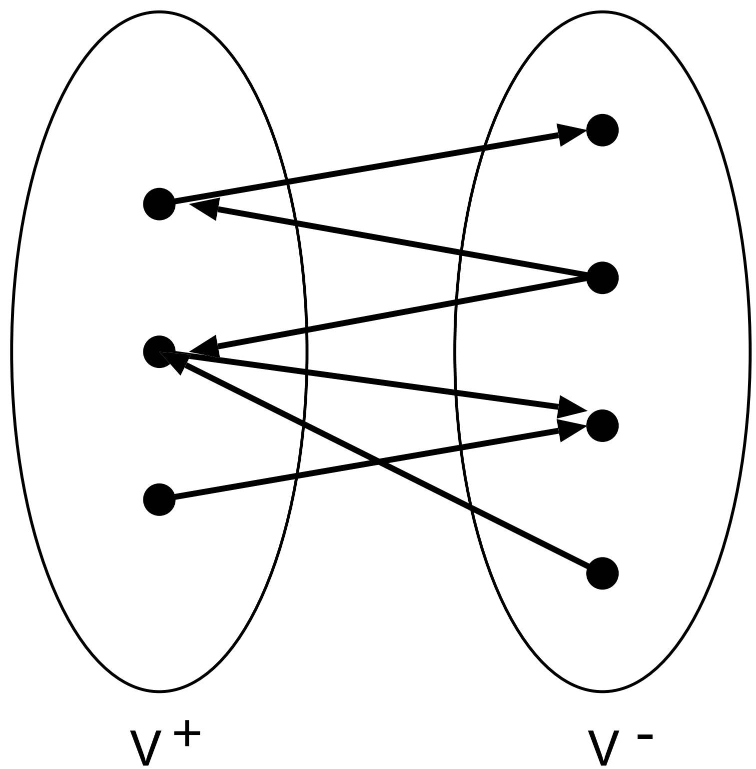
K 5



K 6

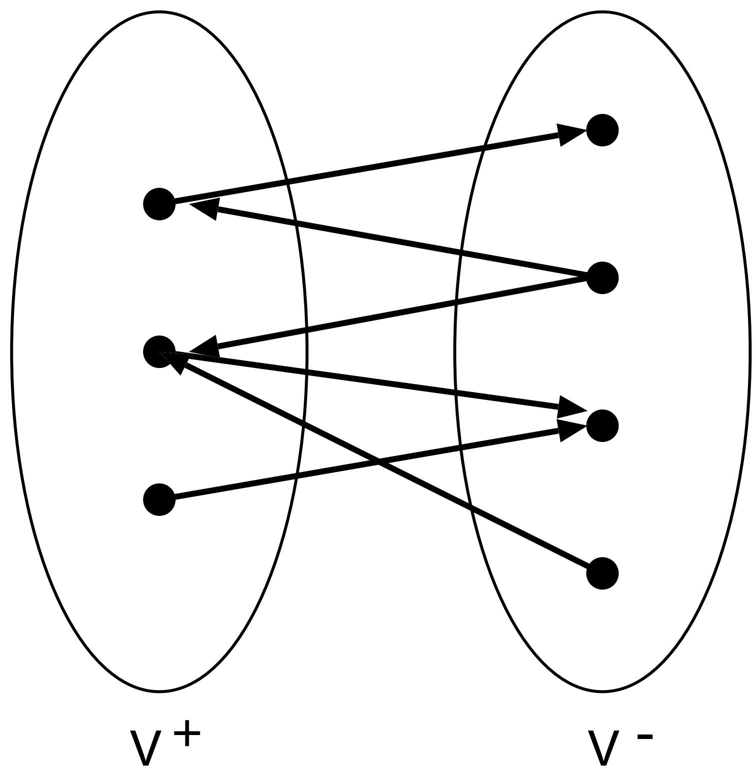
2部グラフ

2部グラフ



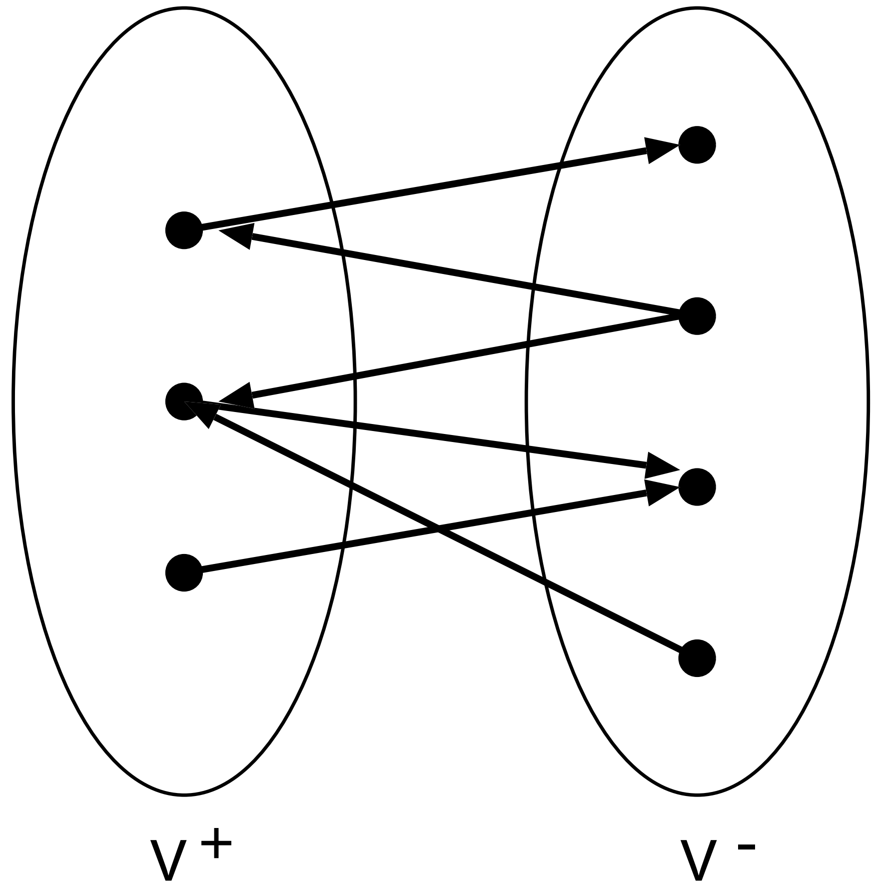
2部グラフ

グラフ$G = (V, A)$の点集合VがV^+とV^-に分割されて, 各枝$a \in A$がV^+とV^-の点を結ぶとき, Gを2部グラフと呼んで, $G = (V^+, V^-; A)$と表す.

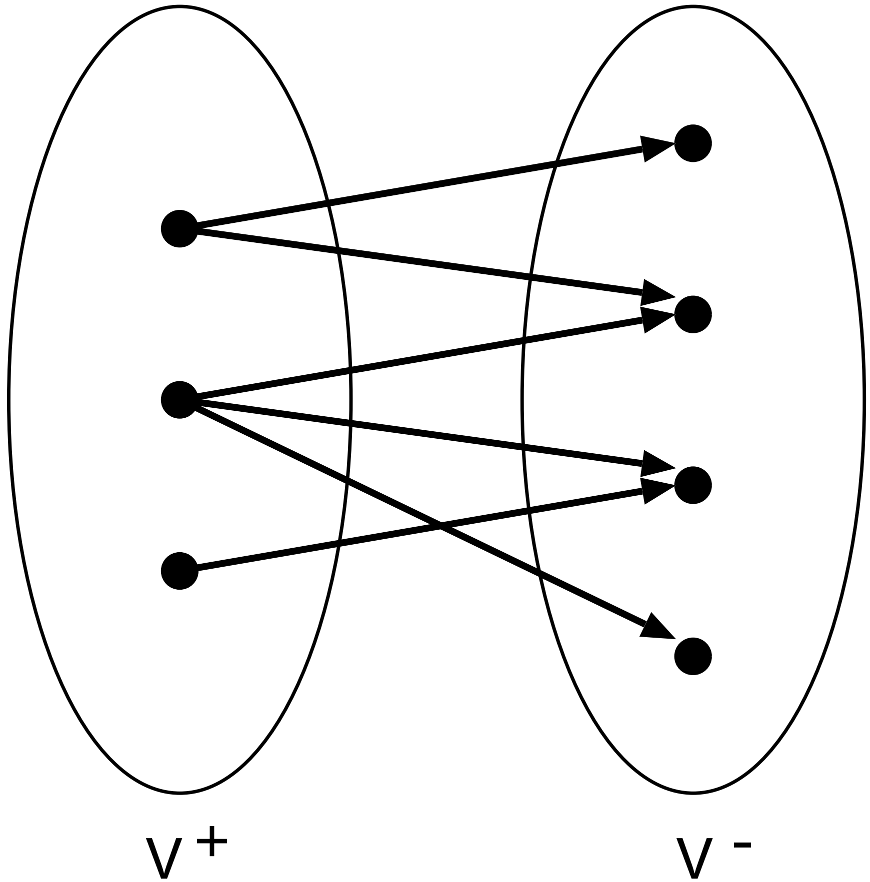


2部グラフ(続き)

2部グラフ(続き)

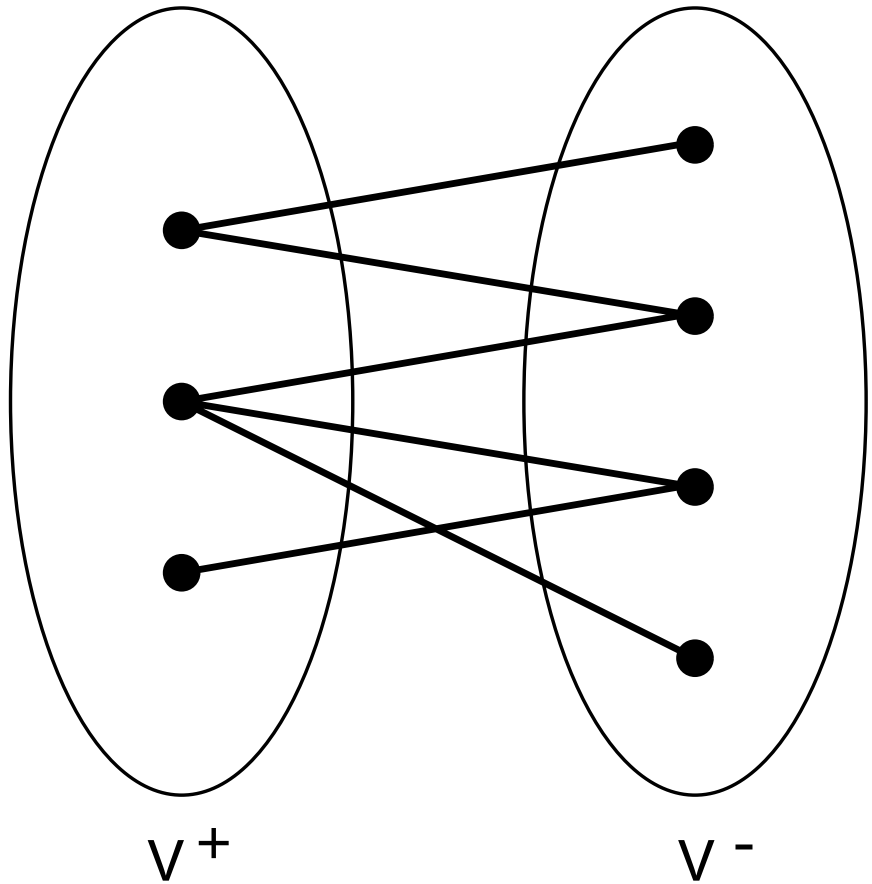


2部グラフ(続き)



枝はV^+からV^-への向きを持つと仮定する

2部グラフ(続き)



そのように約束すれば, 無向グラフとして描けば十分である

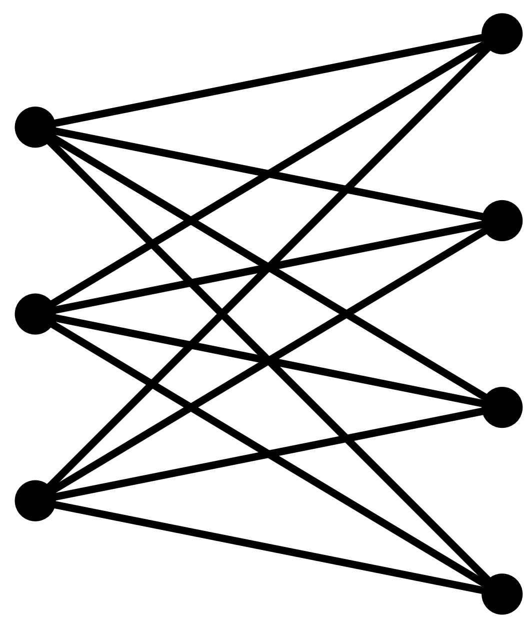
完全２部グラフ

完全2部グラフ

V^+ の任意な点と V^- の任意な点に対して, それらを結ぶ枝がちょうど1本存在するような2部グラフ $G = (V^+, V^-; A)$ を完全2部グラフと呼ぶ.

完全2部グラフ

V^+ の任意な点と V^- の任意な点に対して, それらを結ぶ枝がちょうど 1 本存在するような 2 部グラフ $G = (V^+, V^-; A)$ を完全 2 部グラフと呼ぶ.



$K_{3,4}$

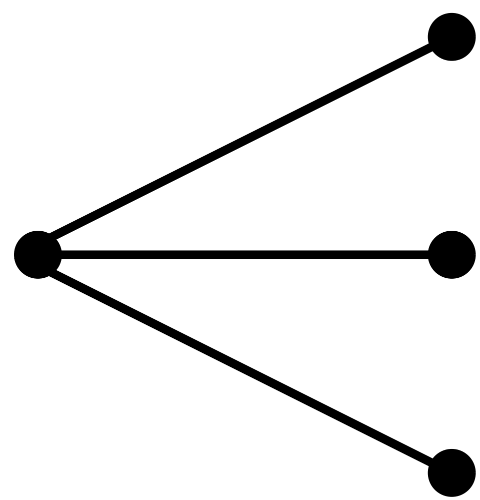
完全 2 部グラフ (続き)

完全 2 部グラフ (続き)

また, $|V^+| = m$, $|V^-| = n$ である完全 2 部グラフ G を $\mathrm{K}_{m,n}$ と表す.

完全2部グラフ(続き)

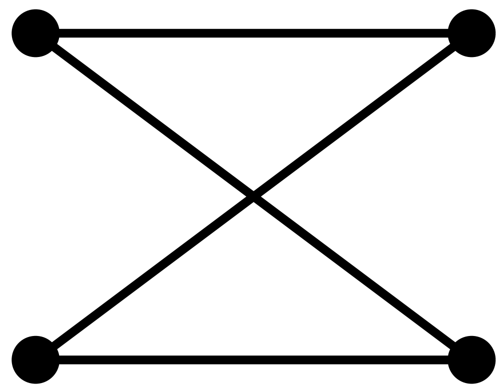
また, $|V^+| = m, |V^-| = n$ である完全2部グラフ G を $\mathrm{K}_{m,n}$ と表す.



$\mathrm{K}_{1,3}$

完全2部グラフ(続き)

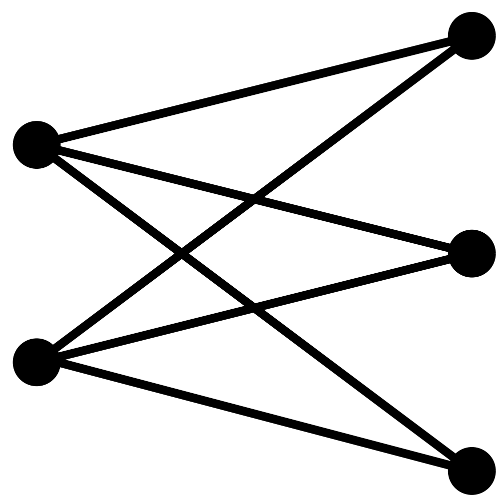
また, $|V^+| = m$, $|V^-| = n$ である完全2部グラフ G を $\mathrm{K}_{m,n}$ と表す.



K 2, 2

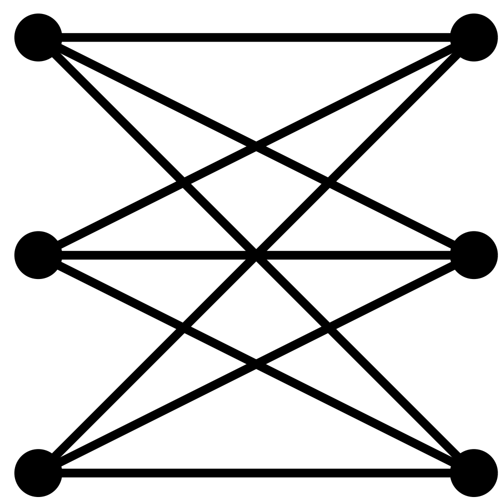
完全2部グラフ(続き)

また, $|V^+| = m, |V^-| = n$ である完全2部グラフ G を $\mathrm{K}_{m,n}$ と表す.



完全2部グラフ(続き)

また, $|V^+| = m, |V^-| = n$ である完全2部グラフ G を $\mathrm{K}_{m,n}$ と表す.



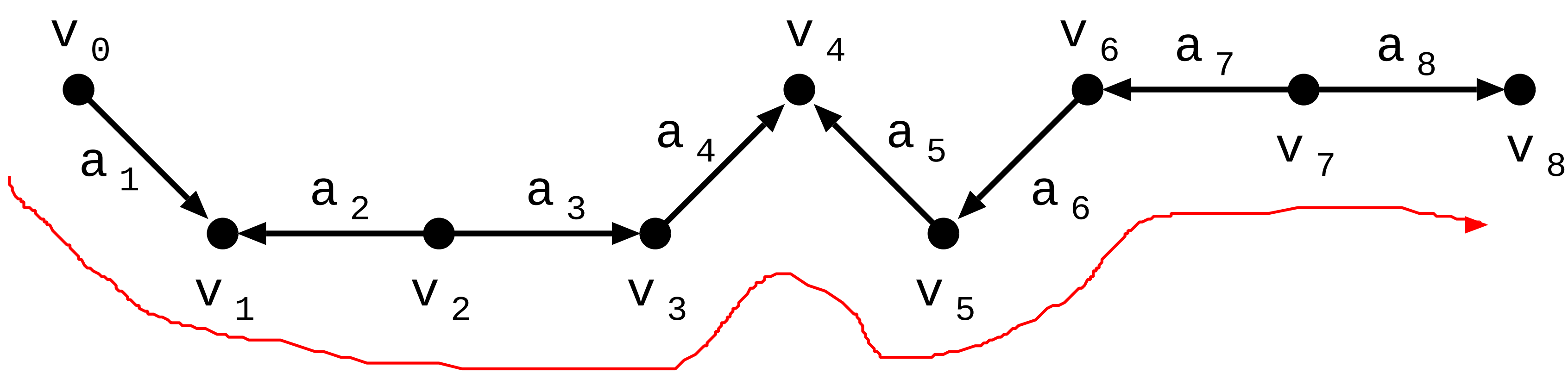
道

道

接続する点と枝の交互列

$$(v_0, a_1, v_1, a_2, v_2, a_3, \cdots, a_k, v_k)$$

を道といい, v_0 をその始点, v_k をその終点と呼ぶ.

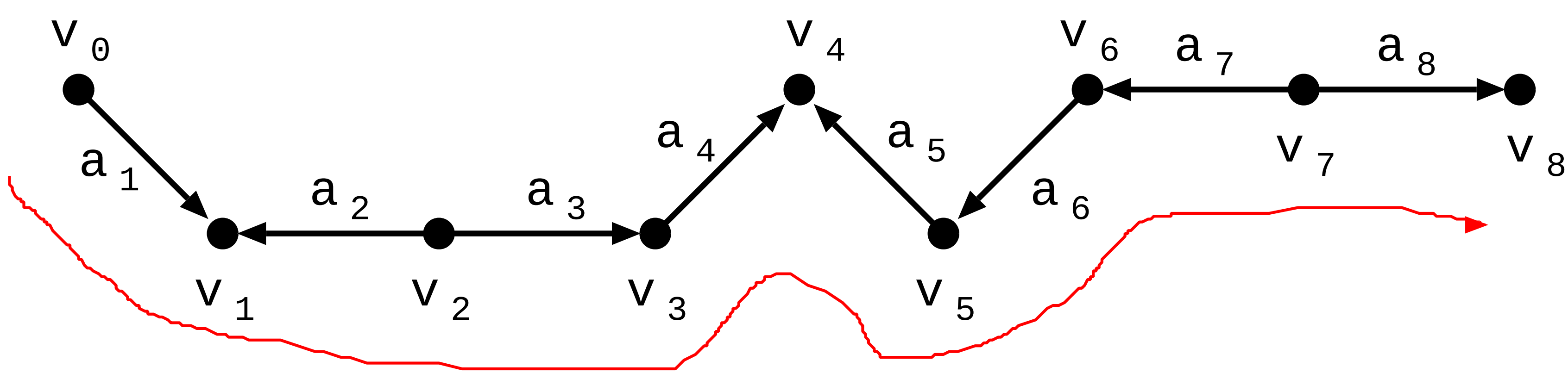


道

接続する点と枝の交互列

$$(v_0, a_1, v_1, a_2, v_2, a_3, \cdots, a_k, v_k)$$

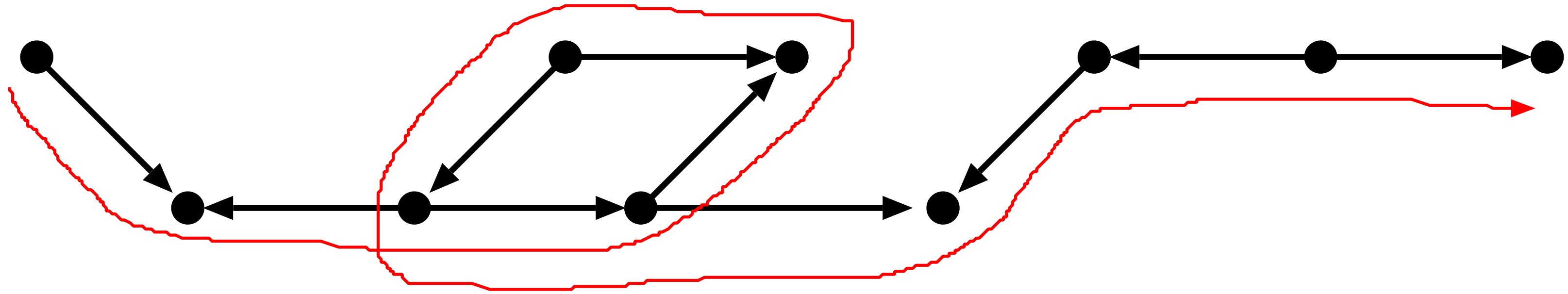
を道といい, v_0 をその始点, v_k をその終点と呼ぶ.



枝の向きは道のたどりかたと無関係である.

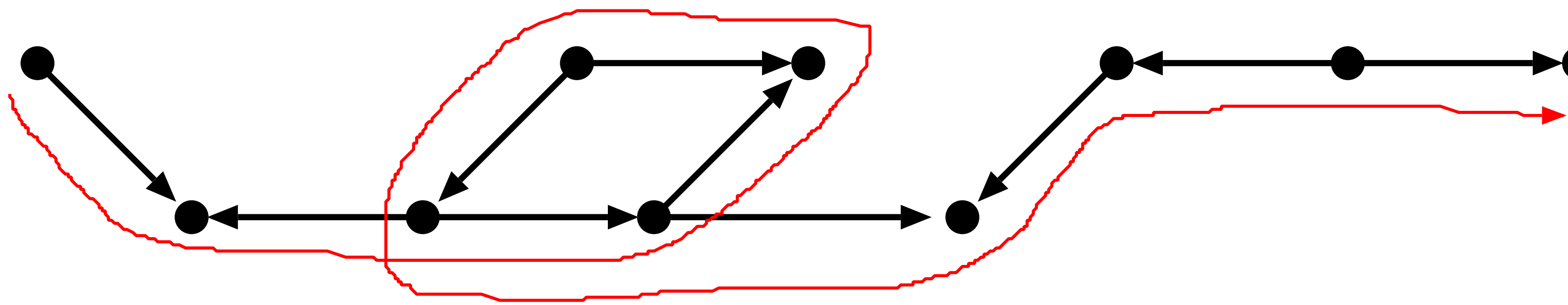
道(続き)

道(続き)

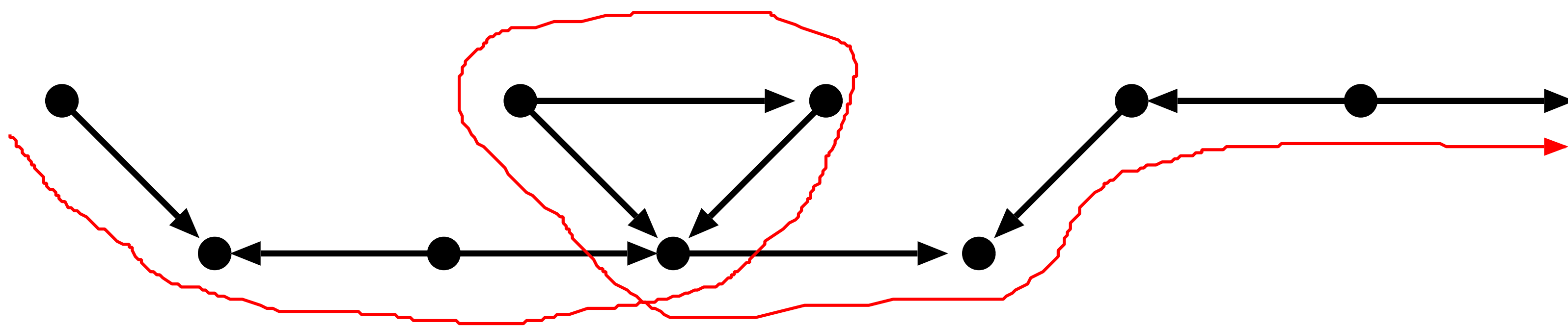


同じ枝を２度通るものも道である.

道(続き)



同じ枝を 2 度通るものも道である.

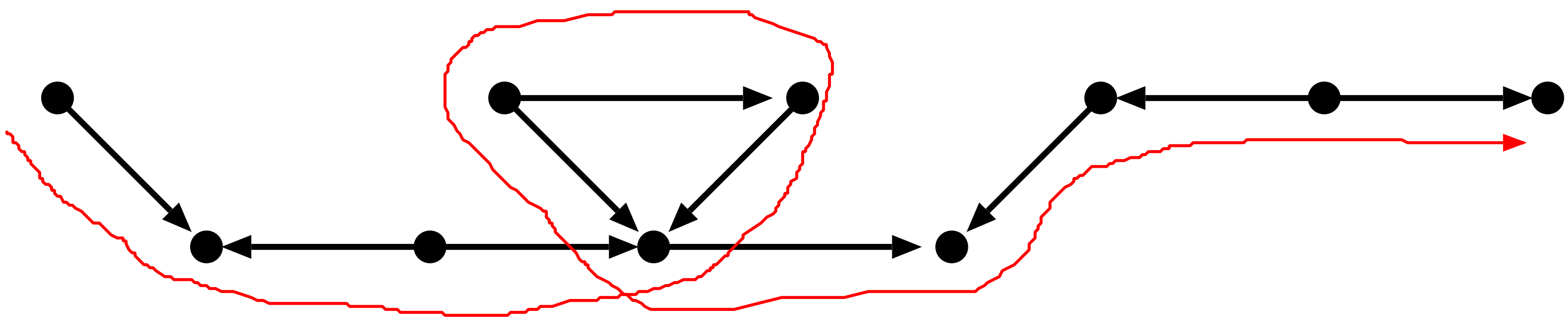


同じ点を 2 度通るものも道である.

道 (続き)

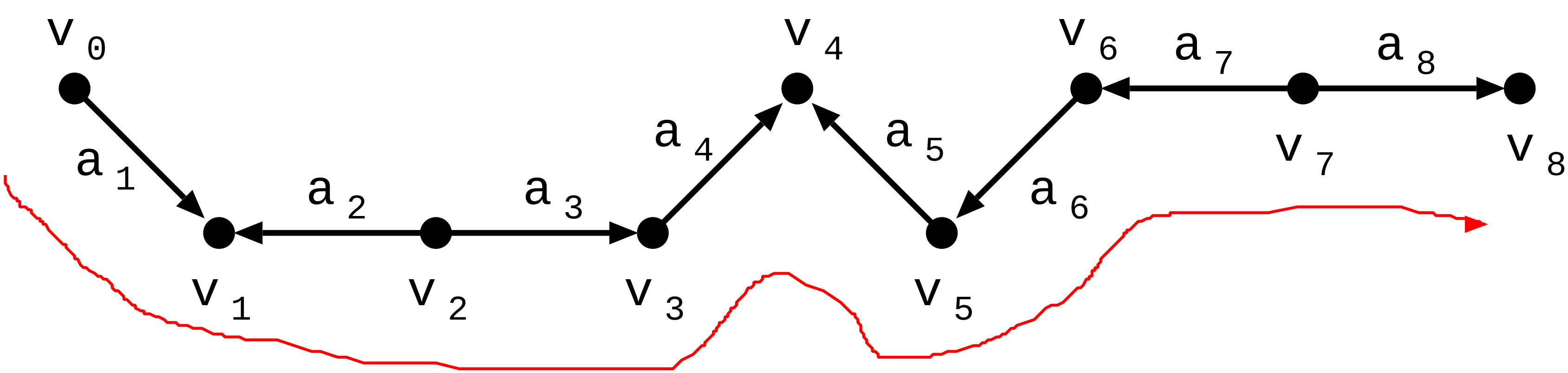
道 (続き)

同じ枝を２度以上通らない道を単純な道と呼ぶ.



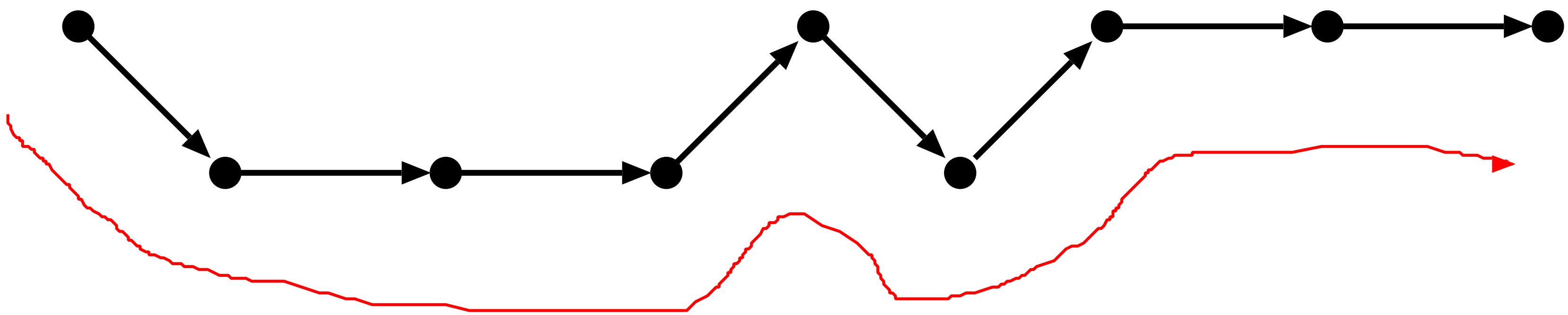
道 (続き)

同じ点を2度以上通らない道を初等的な道と呼ぶ.



有向道

枝の向きが始点から終点へ向いてそろっている道を有向道と呼ぶ.



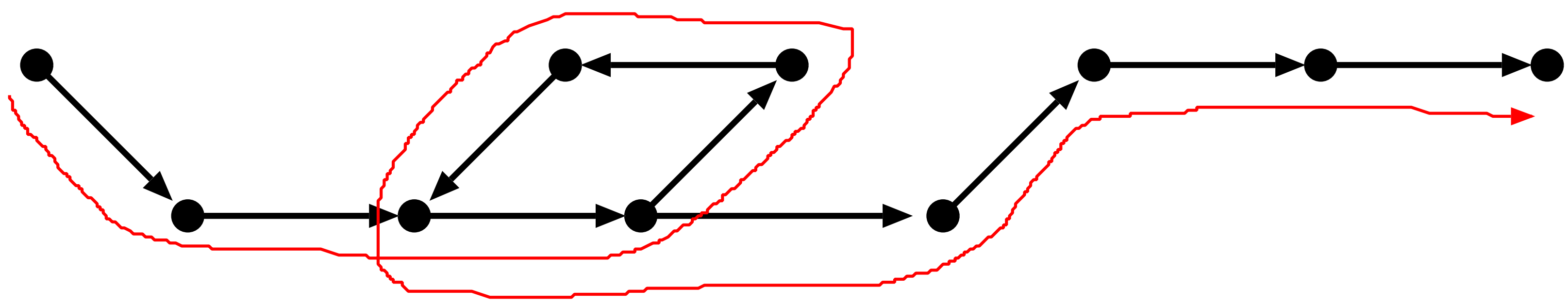
有向道 (続き)

有向道 (続き)

有向道に対しても道の場合と同様に, 単純な有向道, 初等的な有向道が定義される.

有向道 (続き)

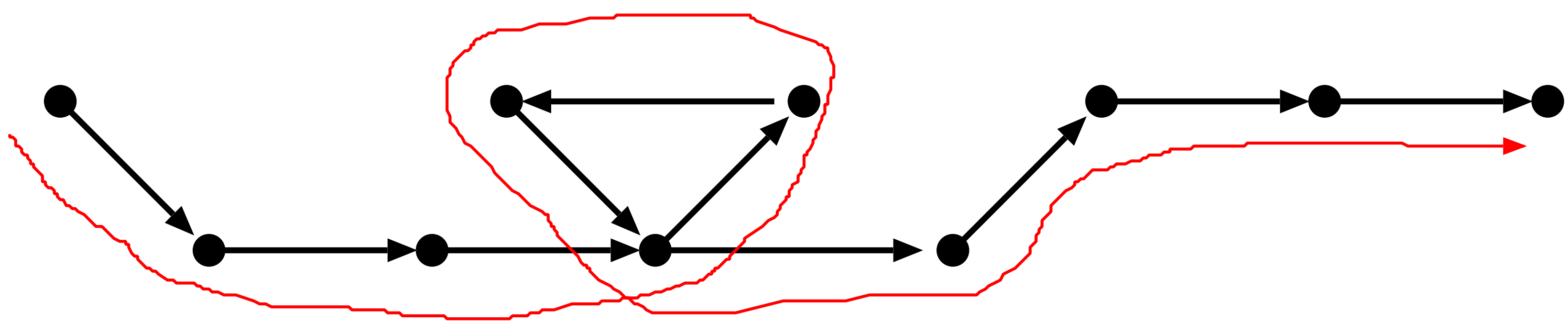
有向道に対しても道の場合と同様に, 単純な有向道, 初等的な有向道が定義される.



単純でない有向道

有向道 (続き)

有向道に対しても道の場合と同様に, 単純な有向道, 初等的な有向道が定義される.

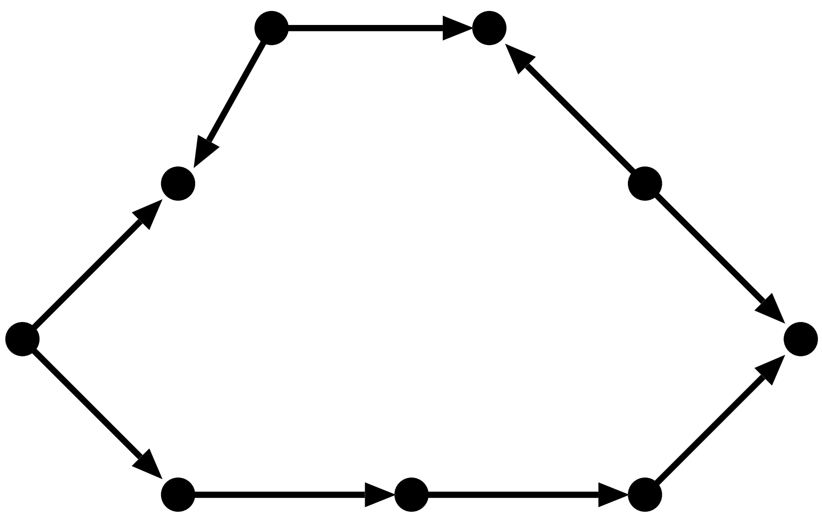


単純であるが初等的でない有向道

閉路と有向閉路

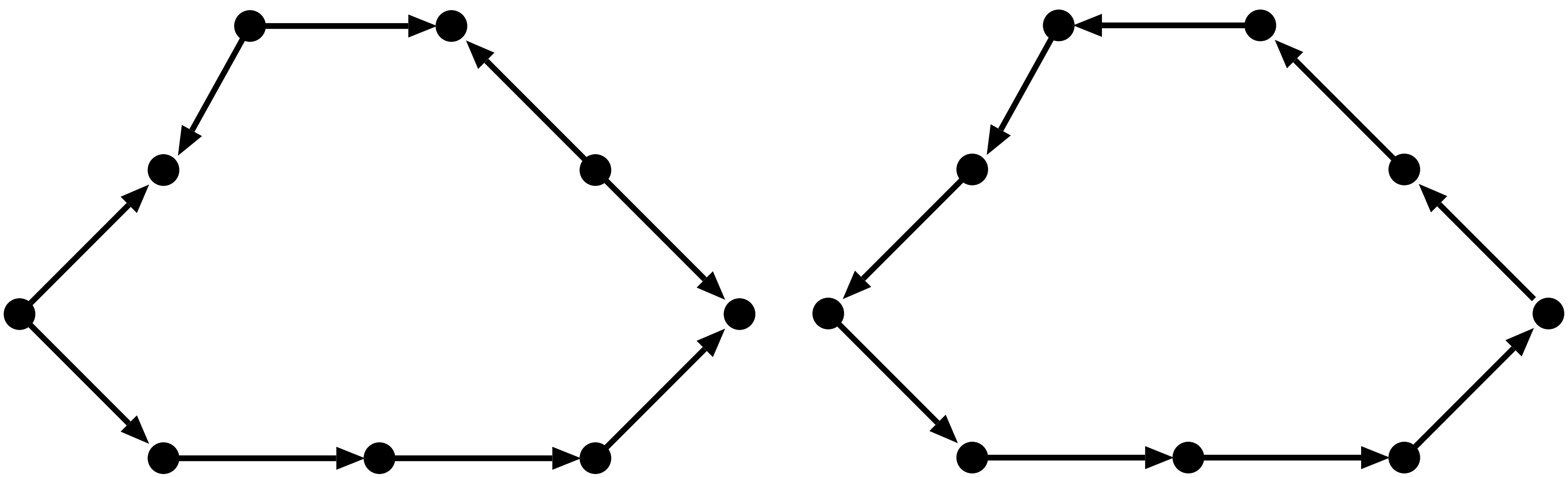
閉路と有向閉路

始点と終点が一致している道を閉路と呼ぶ.



閉路と有向閉路

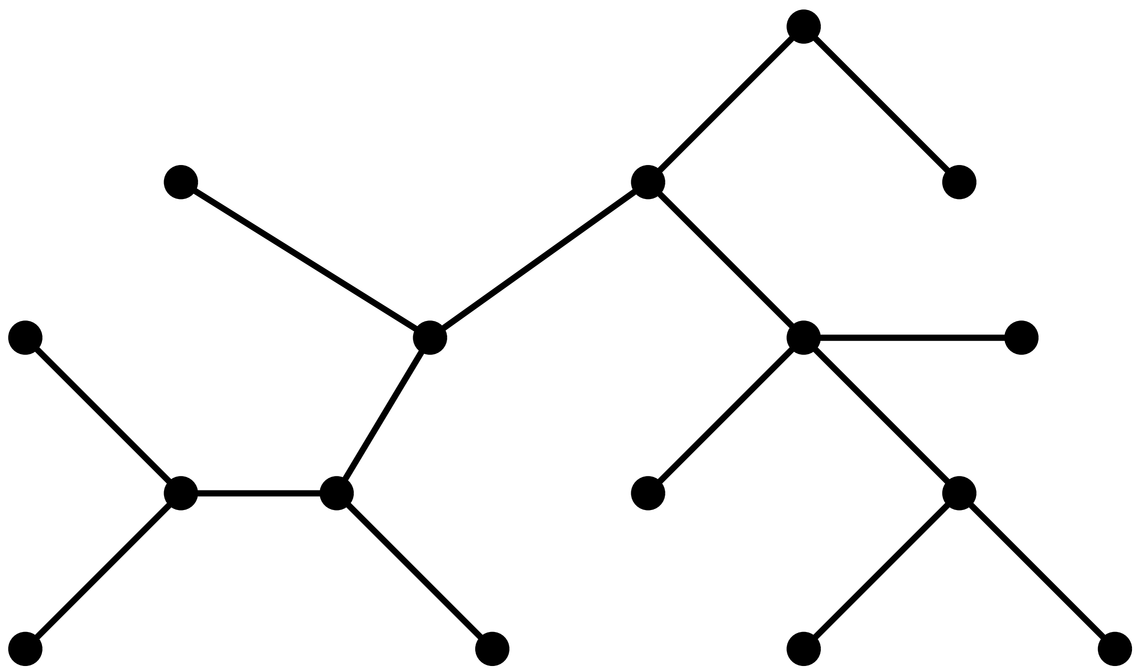
始点と終点が一致している道を閉路と呼ぶ.
始点と終点が一致している有向道を有向閉路と呼ぶ.



木

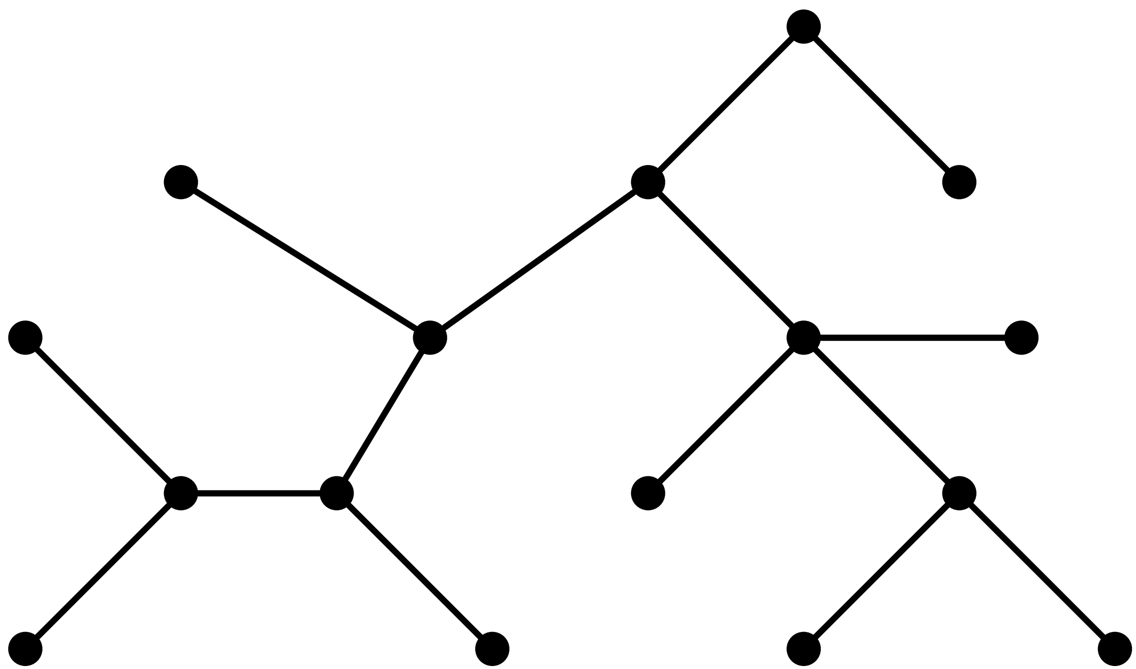
木

図のようなグラフは木と呼ばれる.



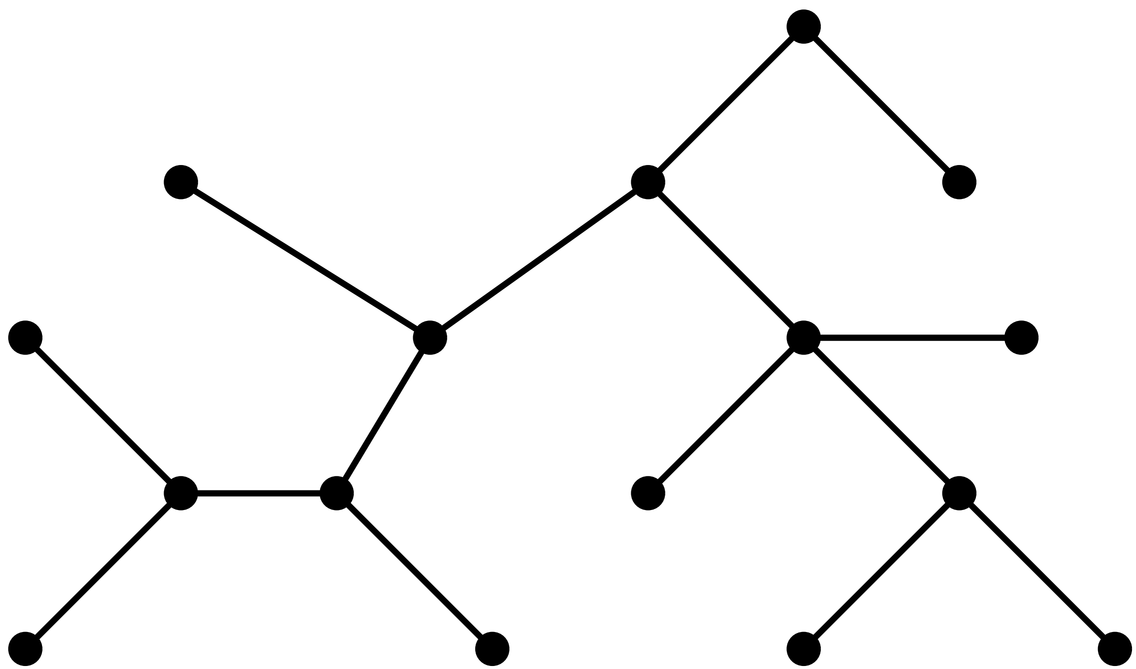
木

図のようなグラフは木と呼ばれる．　もっと正確には, 閉路が無くて連結なグラフを木と呼ぶ.



木

図のようなグラフは木と呼ばれる．　もっと正確には, 閉路が無くて連結なグラフを木と呼ぶ.

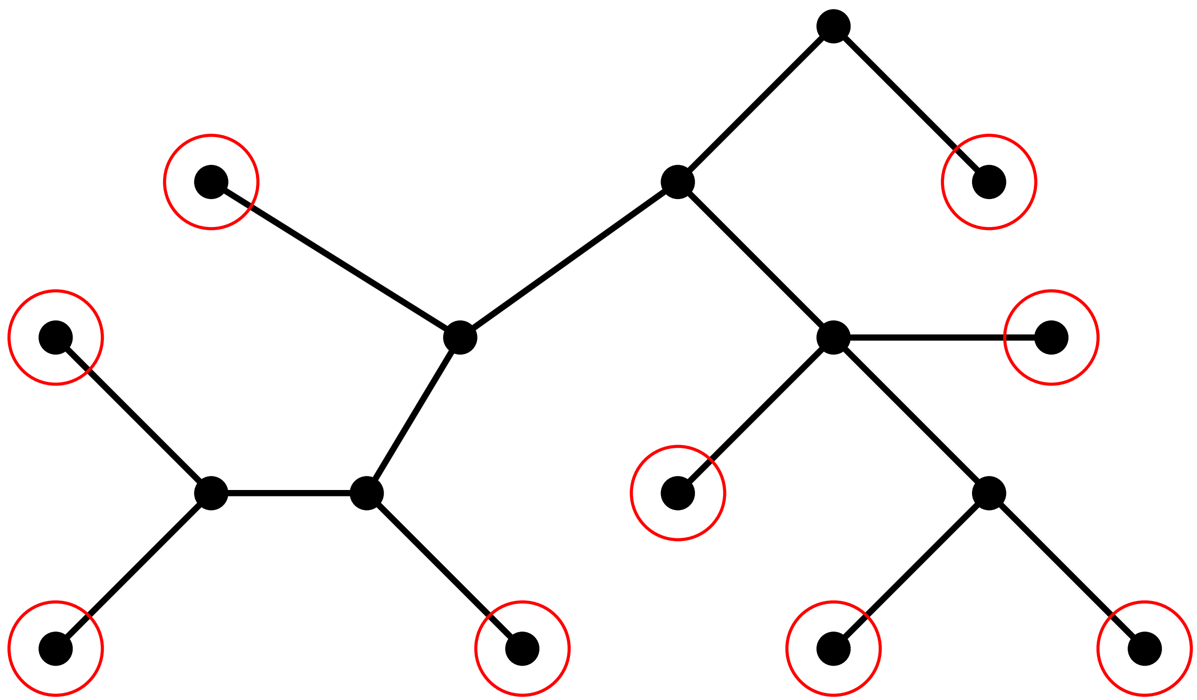


点の数が n の木の枝の本数は $n-1$ である. (なぜか?)

木 (続き)

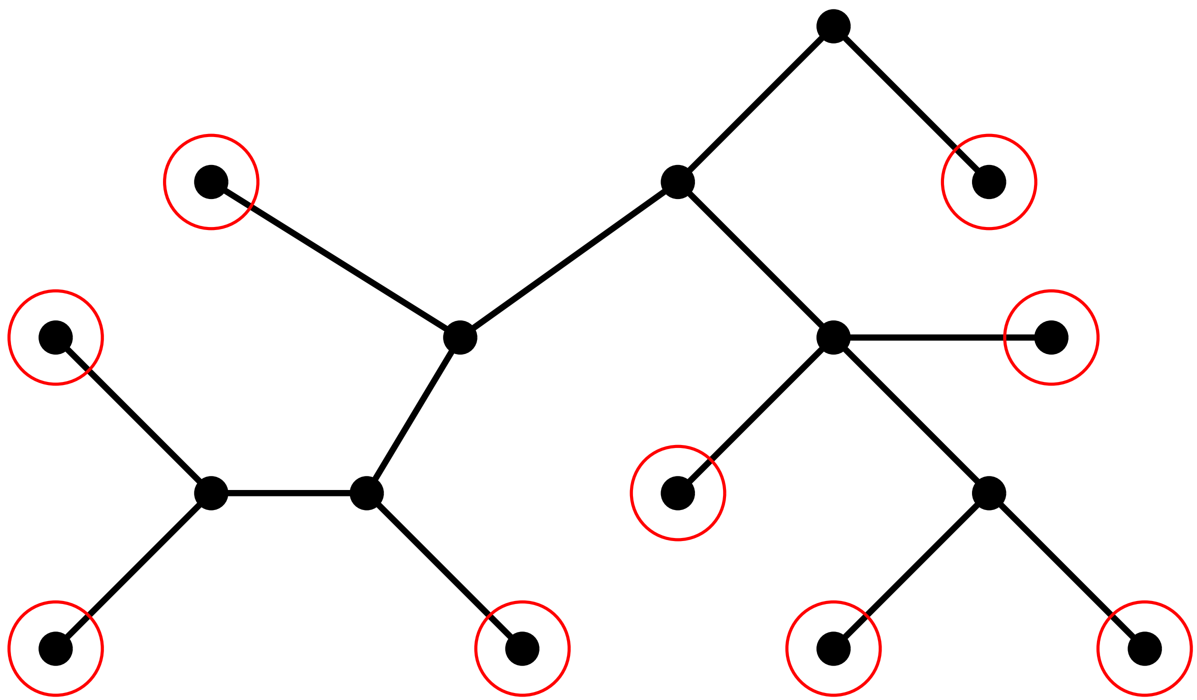
木 (続き)

木において, 次数が 1 であるような点は葉と呼ばれる.



木 (続き)

木において, 次数が 1 であるような点は葉と呼ばれる.

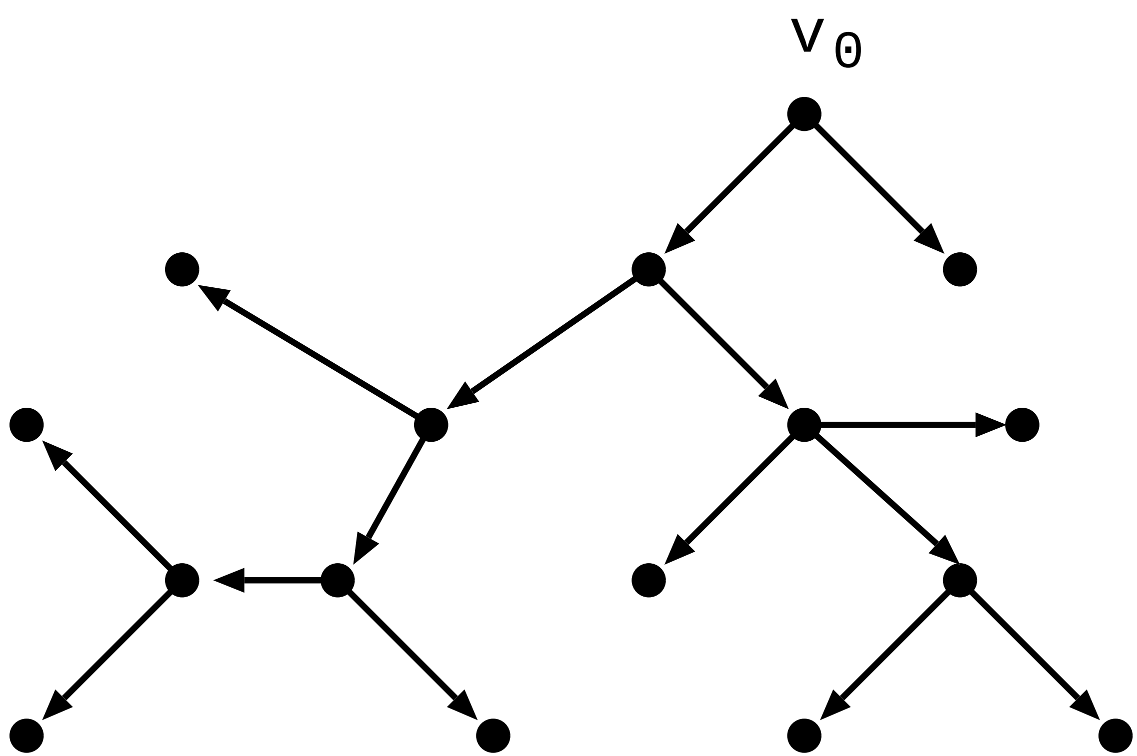


木には必ず葉が存在する. (なぜか?)

有向木

有向木

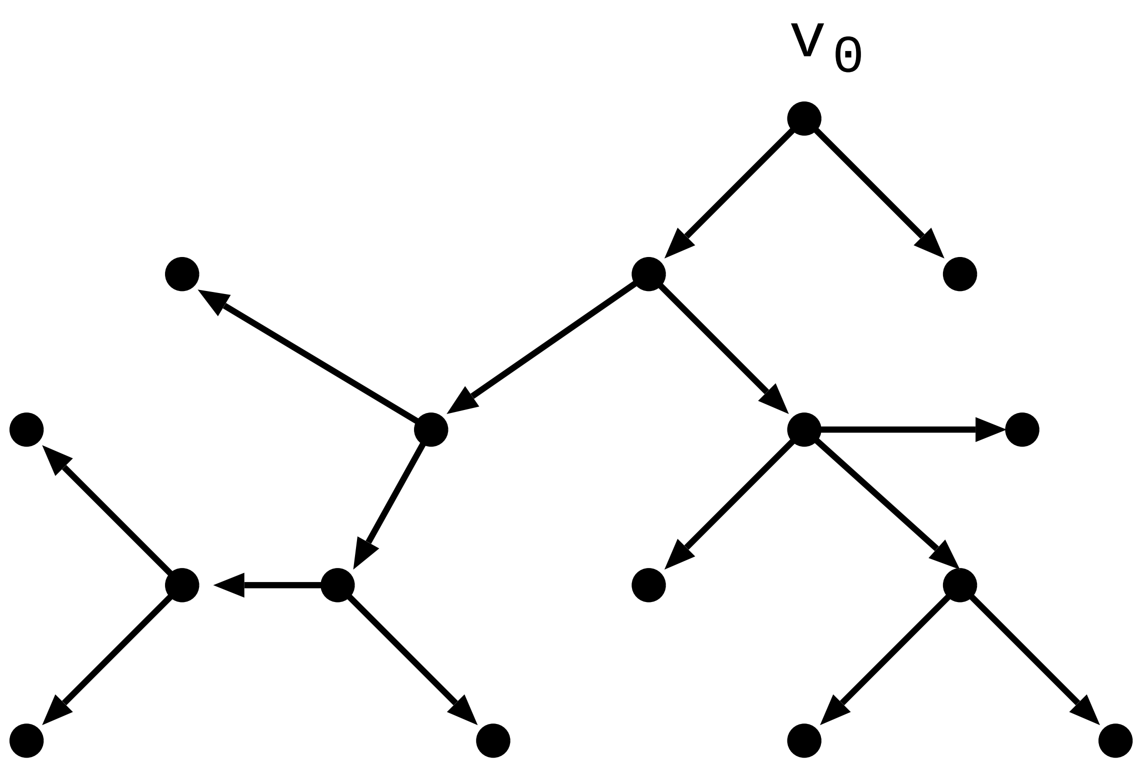
図のような有向グラフを有向木と呼ぶ.



v_0 が根

有向木

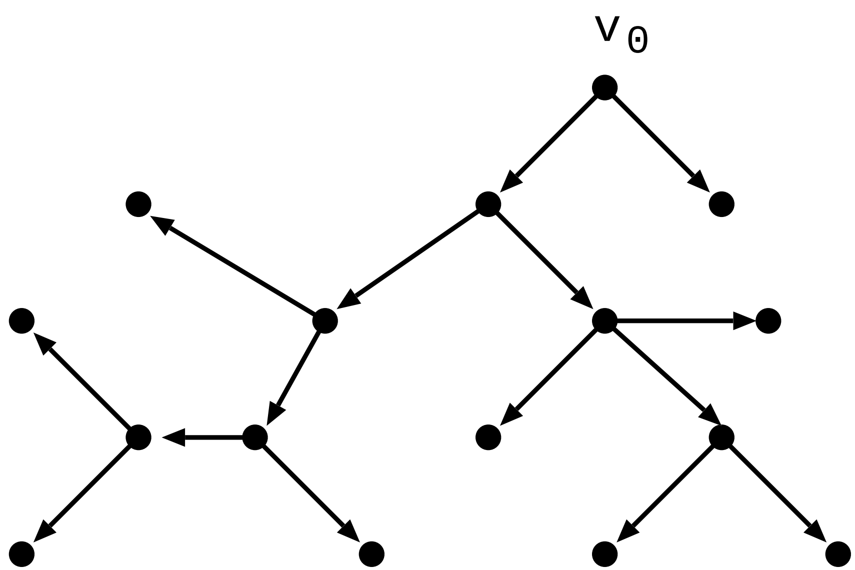
図のような有向グラフを有向木と呼ぶ.　有向木では根と呼ばれる1点以外にはちょうど1本の枝が入り, 根には入る枝はない.



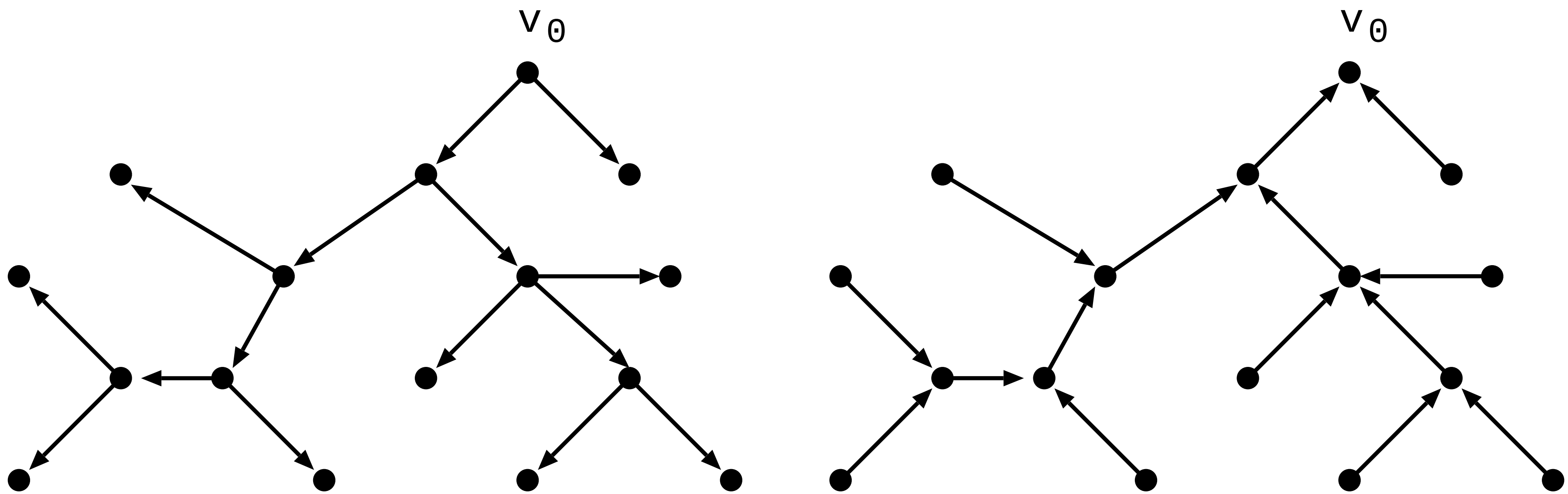
v_0 が根

有向木 (続き)

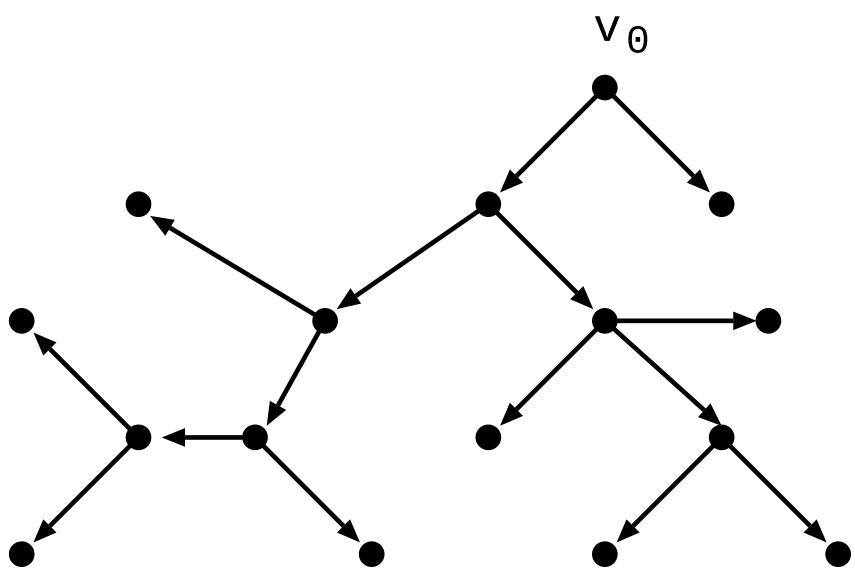
有向木 (続き)

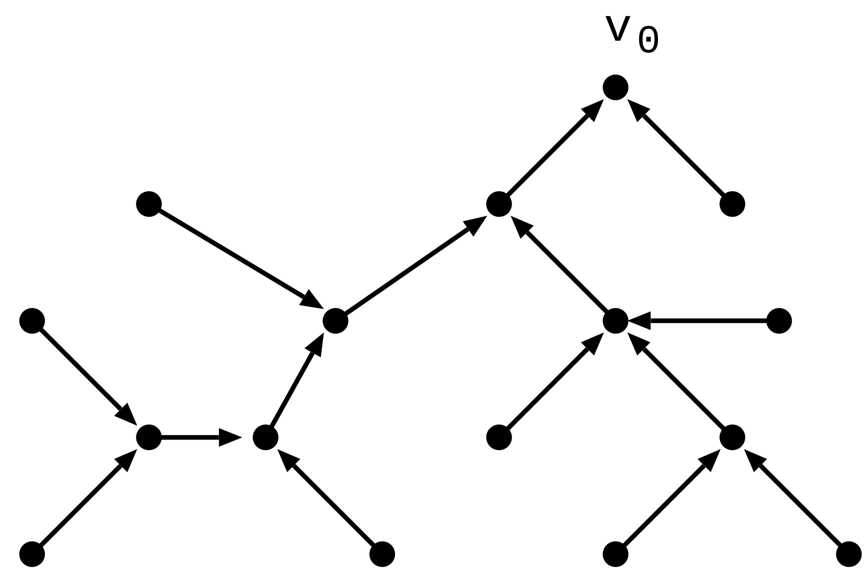


有向木 (続き)



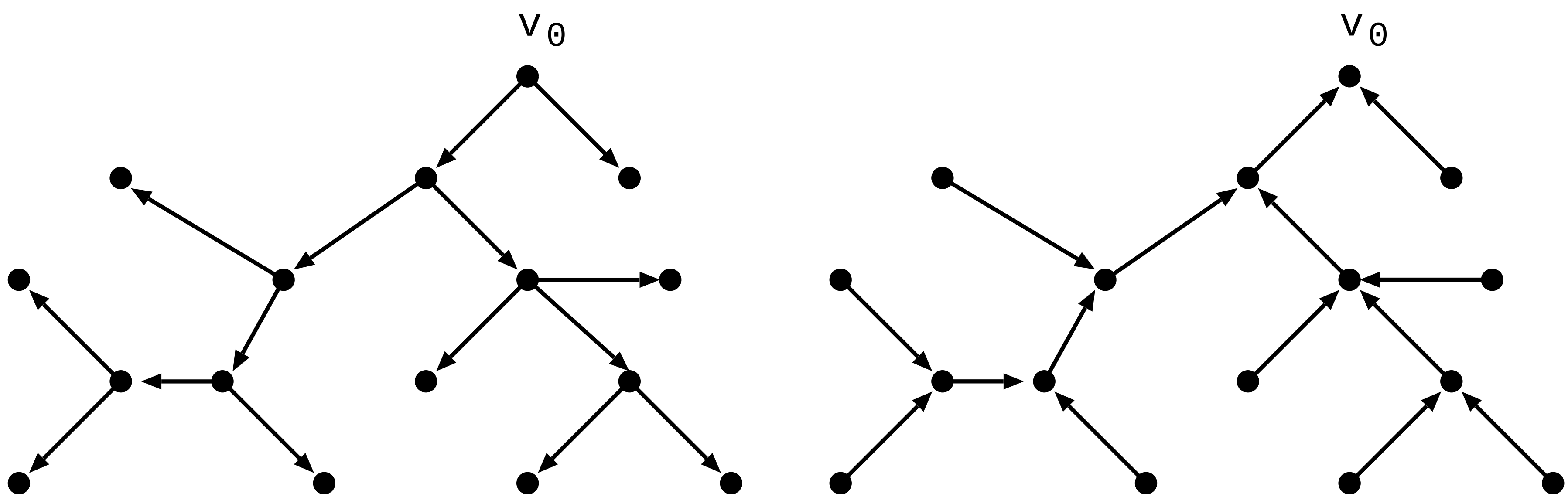
有向木 (続き)





内向木

有向木 (続き)

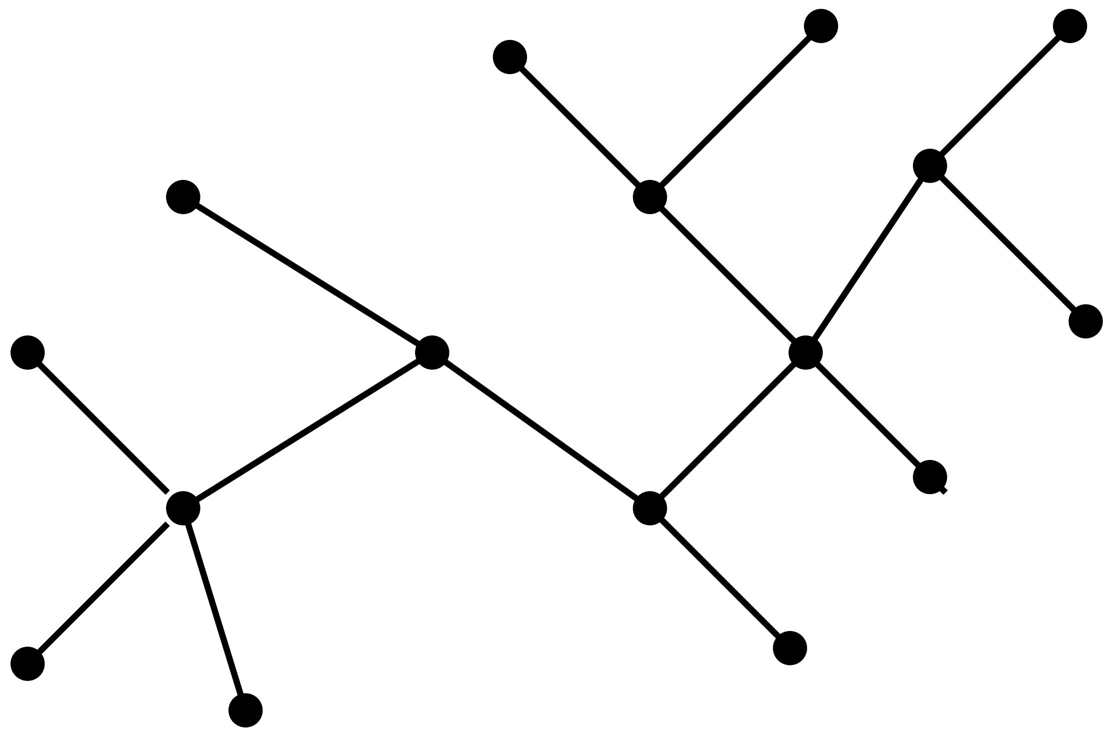


外向木　　　　内向木

根付き木

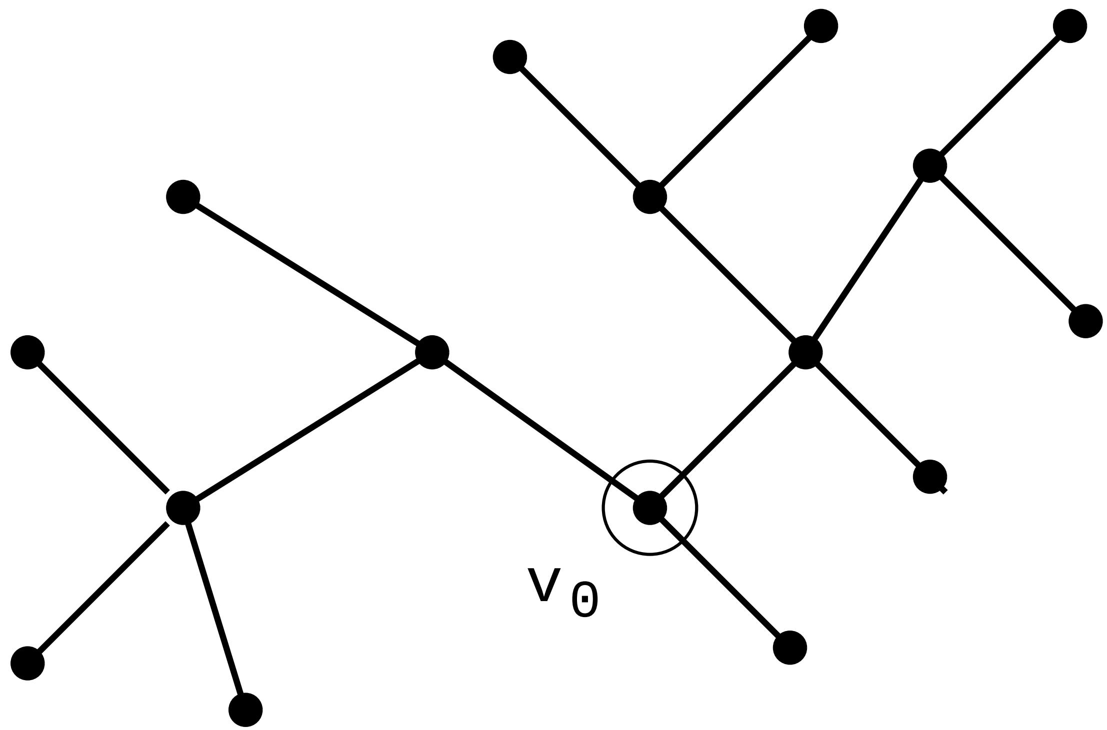
根付き木

無向グラフとしての木を考える.



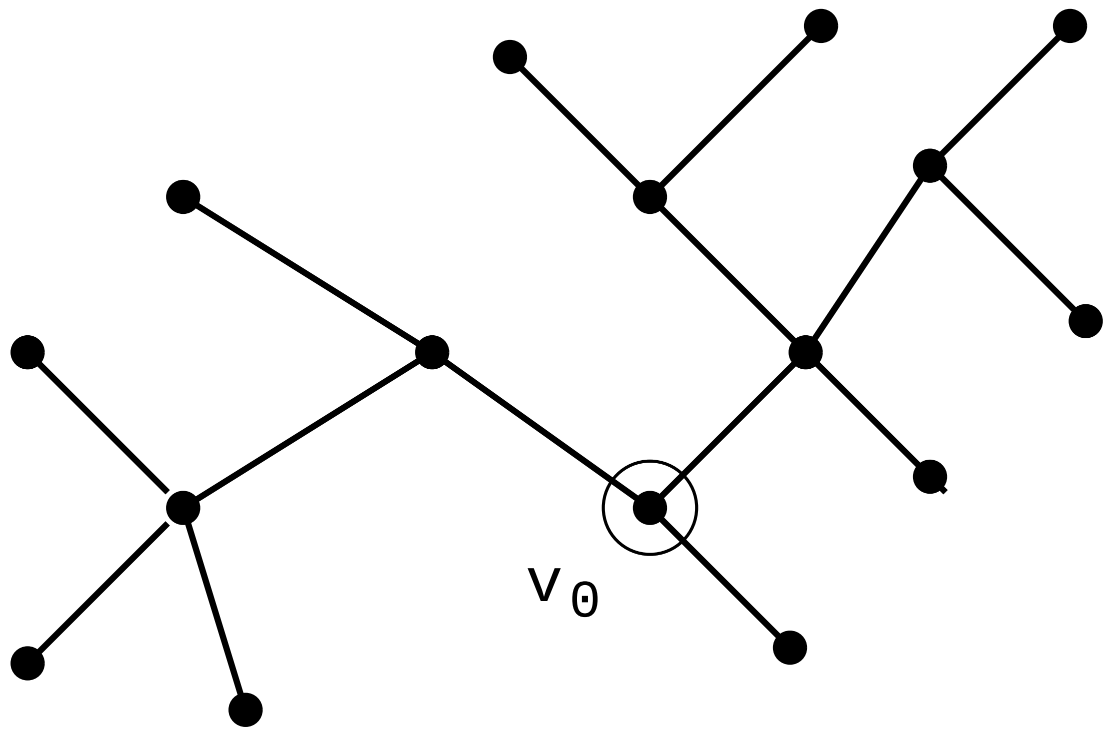
根付き木

無向グラフとしての木を考える．１点を選んで，
それを根と考えることができる．



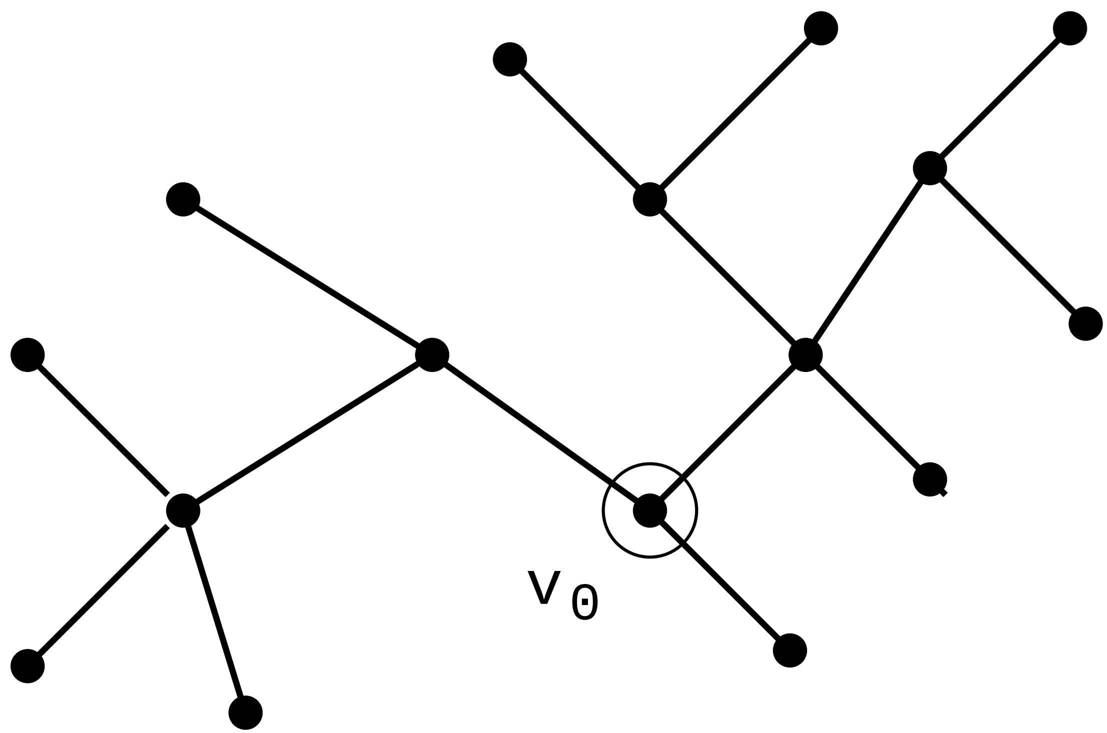
根付き木

無向グラフとしての木を考える．1点を選んで，それを根と考えることができる．



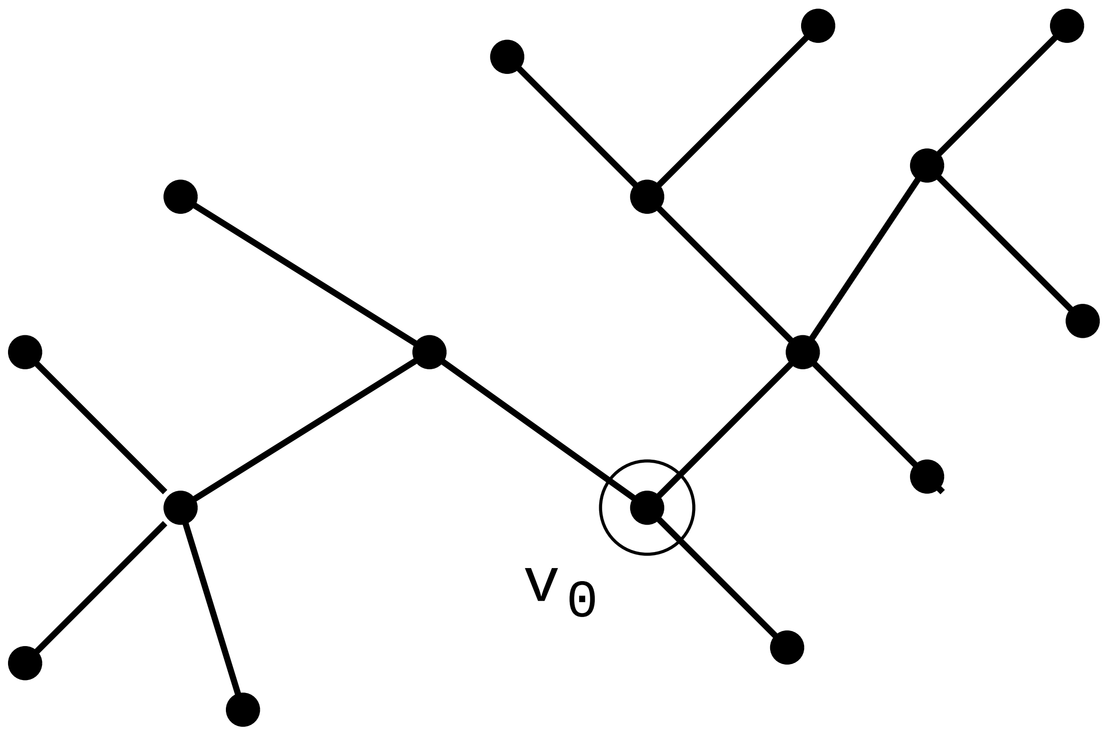
根が指定された木を根付き木と呼ぶ．

根付き木 (続き)



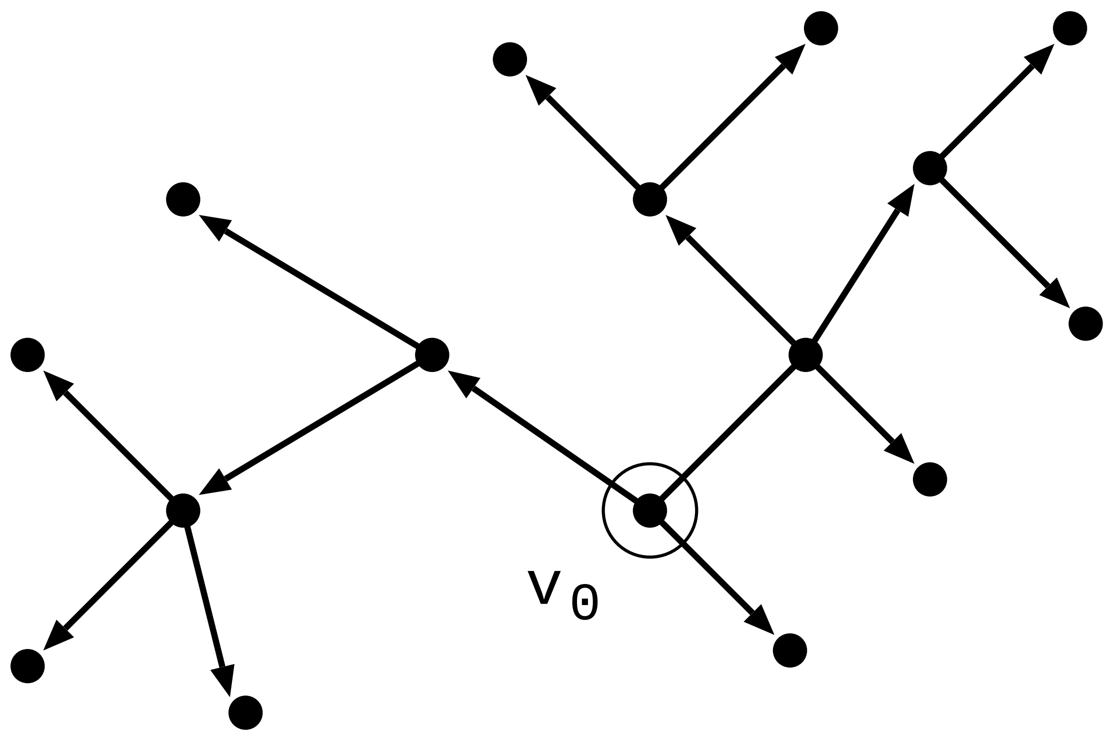
根付き木 (続き)

v_0 を根とする根付き木は,



根付き木 (続き)

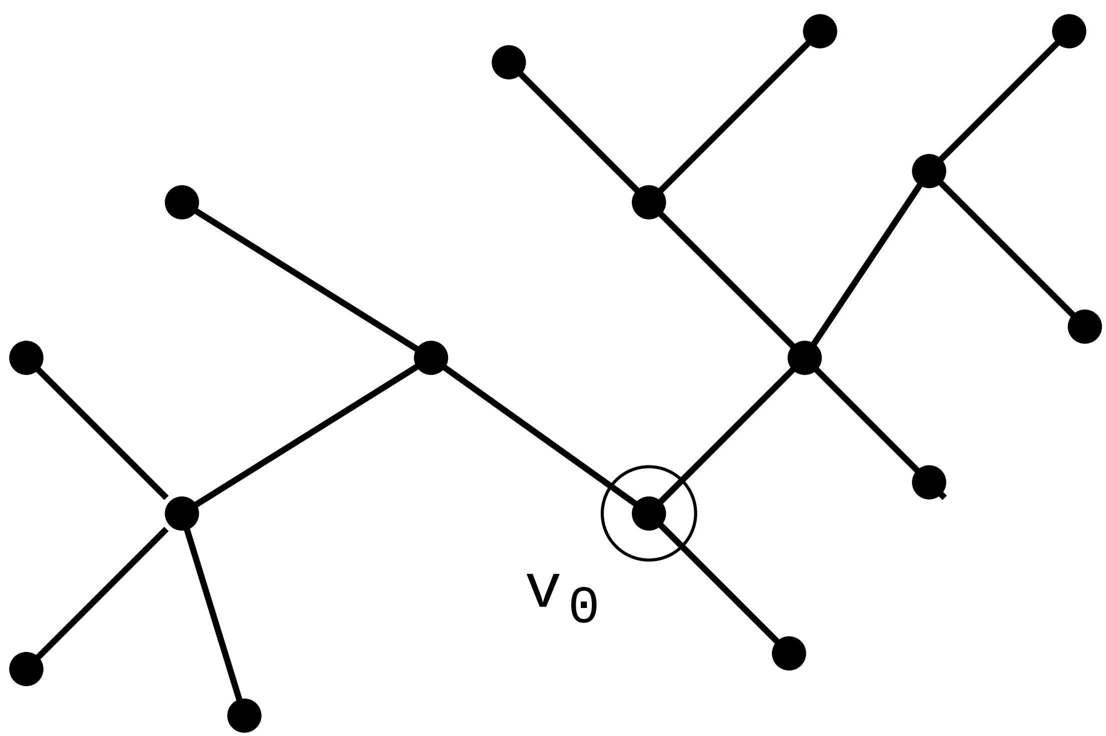
v_0 を根とする根付き木は，外向木 (または内向木) と考えることもできる.



根付き木 (続き)

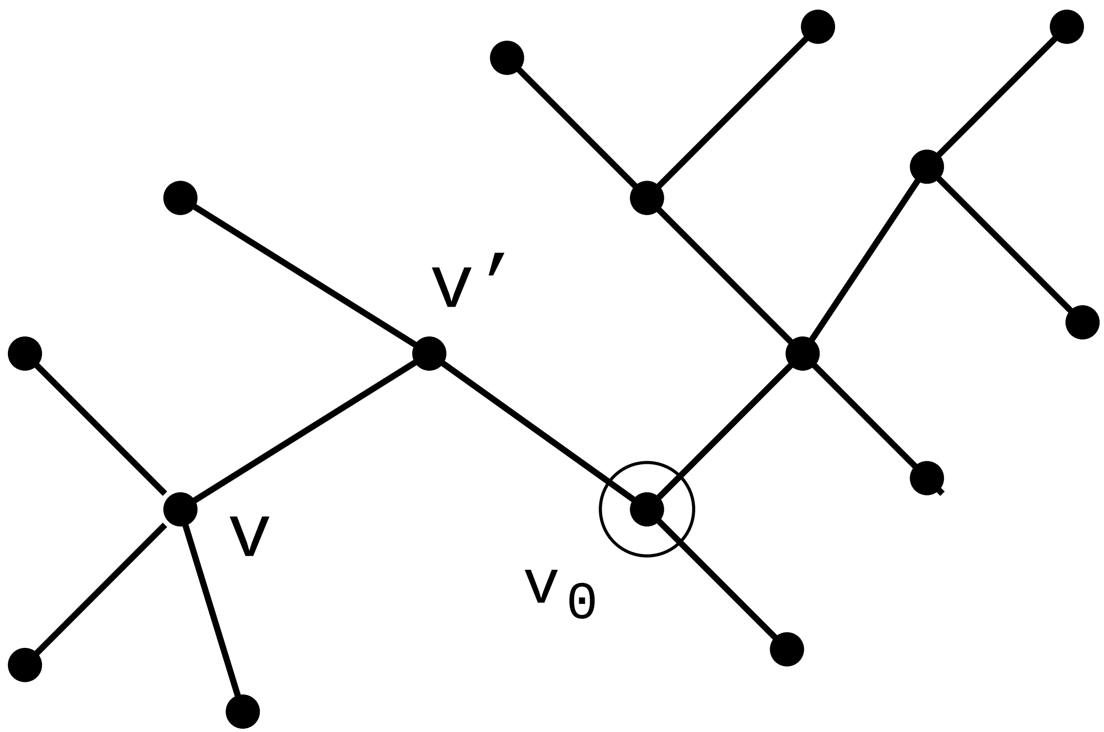
根付き木 (続き)

v_0 を根とする根付き木(あるいは, 有向木) を考える.



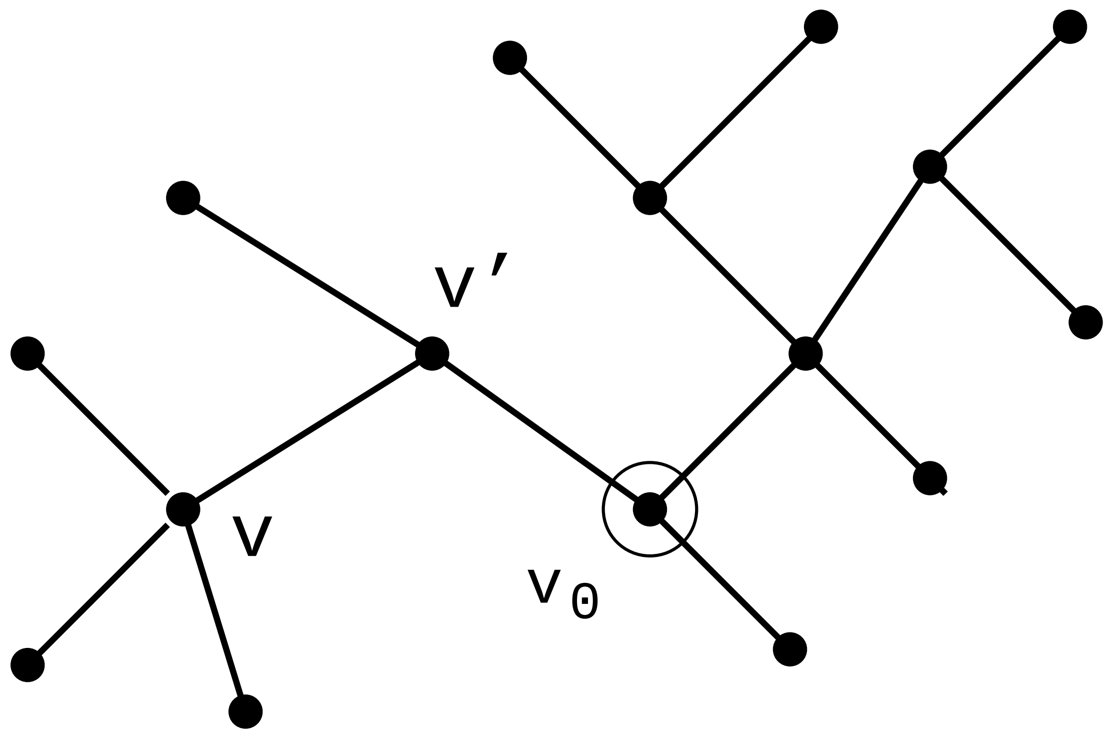
根付き木 (続き)

v_0 を根とする根付き木(あるいは, 有向木) を考える. v に隣接する点で, v から v_0 へ至る道上の点にある点を v' とする.



根付き木 (続き)

v_0 を根とする根付き木(あるいは, 有向木) を考える． v に隣接する点で, v から v_0 へ至る道上の点にある点を v' とする.



v' は v の**親**, v は v' の**子**