離散システム論(第9回)

http://coconut.sys.eng.shizuoka.ac.jp/ds/

安藤和敏 (静岡大学工学部)

2006.06.12

2.1. 木と道

2.2. ベルマン-フォード法

ベルマン-フォード法 (アルゴリズム 1) は, べき乗法の改良版と考えることができる.

アルゴリズム 1 ベルマン-フォード法 (始点を v_0 とする)

入力: ネットワーク $\mathcal{N} = (G = (V, A), l)$.

出力: もしあれば負の長さの有向閉路を, そうでなければ v_0 からその他の各点 v への最短路, 及び, 最短路長.

1: $p(v_0) \leftarrow 0,\ p(u) \leftarrow +\infty\ (u \in V \setminus \{v_0\}),\ k \leftarrow 1.$

2: 各枝 $(v, w) \in A$ に対して,

(*) $p(w) > p(v) + l(v, w)$ ならば

$p(w) \leftarrow p(v) + l(v, w),\ q(w) \leftarrow v.$

3: (i) Step 2 で p の更新 (*) が全くされなければ停止する.

(ii) p が更新されたとき,

(a) $k < n(= |V|)$ ならば $k \leftarrow k + 1$ として Step 2 へ戻り,

(b) $k = n$ ならば停止する (このとき負の長さの有向閉路が存在する).

ベルマン-フォード法を, 始点を $v_0 = s$ として図 ??のグラフに対して実行した結果は表 2.1 のようになる. さらに, 実行結果を図で表現すると, 図 2.1 のようになる.

ただし, Step 2 で枝を調べる順序は

s に入る枝, b に入る枝, d に入る枝, e に入る枝, f に入る枝, g に入る枝, h に入る枝

とする. (本当は Step 2 における枝の選択の順番は任意であるが, べき乗法と対比させるためにこのような順番で調べてみる.)

表 2.1: ベルマン-フォード法の動き (各自で記入せよ).

		s	b	d	e	f	g	h
	p	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
	q	—	—	—	—	—	—	—
$k=1$	p							
	q							
$k=2$	p							
	q							
$k=3$	p							
	q							
$k=4$	p							
	q							
$k=5$	p							
	q							
$k=6$	p							
	q							
$k=7$	p							
	q							

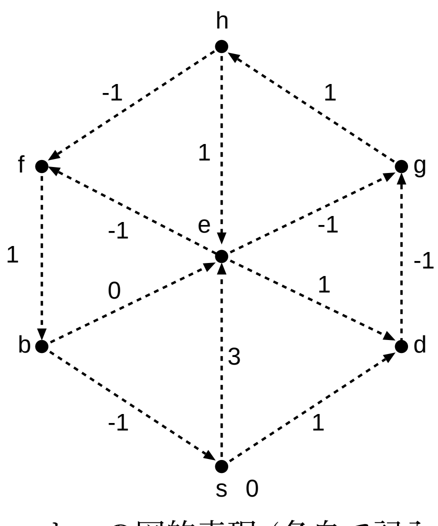

図 2.1: p と q の図的表現 (各自で記入せよ).