

Cook, et al.: Combinatorial Optimization

Chap. 1: Problems and Algorithms

安藤 和敏

April 14, 2003

1.1 The Traveling Salesman Problem

現実的な問題

- ある石油会社が、ナイジェリアの内陸に 47 の原油プラットフォームを持っている。
- 各プラットフォームは油井から流れ出て、海岸のタンクに流入する、原油量を調整する制御装置がついている。
- 定期的にくいつかのプラットフォームを訪れて、流出量を調整しなければならない。
- プラットフォームを訪れるためには、海岸のヘリポートからヘリコプターを使う。

ヘリをチャーターするのは高価であるから、この石油会社は、訪れなければいけないプラットフォームをすべて訪れ、飛行時間が最小になるような周りかたを考えたほうがいい。

飛行時間が、飛行距離に比例するとみなせば、この問題はユークリッド巡回セールスマン問題 (*Euclidean traveling salesman problem*) となる。

ユークリッド巡回セールスマン問題

2次元ユークリッド平面上に点の集合 V が与えられていて、各点は座標 (x, y) を持っている (整数値と考えていい)。座標 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を持つ、2つの点の間の距離は

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

で与えられる。このとき、 V の全ての点を通るような単純な閉路 (巡回路, *tour*) で、総距離が最小になるものを求めたい。(総距離が最小な巡回路を、最適巡回路 (*optimal tour*) と呼ぶ。)

ETSP を解く方法 (アルゴリズム)

- 全列挙
- Nearest Neighbor Algorithm

The Matching Problem

論理回路のある設計者が、自分の設計した回路をプロッタを使って描こうとしている。

- プロッタのペンは前後に動き、ペンの下にある紙は左右に動く。
- 問題は、その図を描く時間を最小にすること。
- この時間は2つに分けられる.: 実際に描画が行われている “pen-down” の時間と、ペンが紙から離れて別の場所に移動している “pen-up” の時間

ちょっと考えると “pen-down” の時間は短くしようがない。したがって、pen-up の時間を最小化すればよい。

グラフ

回路図からグラフを定義

線が奇数本接続しているノードを 奇ノード (*odd node*) と呼び、線が偶数本接続しているノードを 偶ノード (*even node*) と呼ぶ。

- 必ず偶数個の奇ノードがあり、
- pen-up の動作なしに描けるための必要十分条件は、奇ノードが存在しないことである。

ユークリッド・マッチング問題

“pen-up” 動作を最小にするためには、奇ノードが無くなるように、図に新しい線を付け加えて、新しく付け加えられた線の総長が最小になるようにしたい

ETSP と EMP の似てるところと異なるところ

似ているところ

- 線の集合を選ぶ
- 実行可能解の数が膨大
- EMP には、どのような問題例に対しても最適解を与えるような、効率的なアルゴリズムが存在する
- ETSP にはそのようなアルゴリズムは知られていない。さらに、「ETSP には効率的なアルゴリズムは存在しない」と信じられている。