解答用紙

学籍番号: XXXXXXXX

氏名: 安藤 和敏

A

(1) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

(2) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ または $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$

(3) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ または $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{x}\bar{y}$

(4) 44.7

(5) 335.41

(6) 434.32

(7) 線型回帰モデル

(8) $-2\sum_{i=1}^{n} x_i(y_i - ax_i - b)$

(9) $\bar{y} - \frac{s_{xy}}{s_{xx}}\bar{x}$

(10) 2.52

B

(i)

$$\mathrm{E}(\hat{a}) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \bar{x}}{ns_{xx}}\right)\mathrm{E}(y_i)$$

$$
\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\bar{x}}{ns_{xx}}\right)(ax_i+b) \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\bar{x}}{ns_{xx}}\right)(a(x_i-\bar{x})+a\bar{x}+b) \\
&= \frac{a}{ns_{xx}}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2+\frac{1}{ns_{xx}}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(a\bar{x}+b) \\
&= a\cdot\frac{s_{xx}}{s_{xx}}+0 \\
&= a
\end{aligned}
$$

(ii) __________不偏推定量__________

(iii) y_i $(i=1,\cdots,n)$ は互いに独立な確率変数であることに注意すると, $\mathrm{Cov}(y_i,y_j)=0$ $(i\neq j)$ であるから,

$$
\begin{aligned}
\mathrm{V}(\hat{a}) &= \mathrm{V}\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\bar{x}}{ns_{xx}}\right)y_i\right) \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\bar{x}}{ns_{xx}}\right)^2\mathrm{V}(y_i) \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\bar{x}}{ns_{xx}}\right)^2\sigma^2
\end{aligned}
$$

$$= \frac{\sigma^2}{ns_{xx}^2} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{\sigma^2}{ns_{xx}^2} \cdot s_{xx}$$

$$= \frac{\sigma^2}{ns_{xx}}$$

C

(i)

$$
\begin{aligned}
F(\hat{a}, \hat{b}) &= \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{a}x_i - \hat{b})^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{a}x_i - \bar{y} + \hat{a}\bar{x})^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n} ((y_i - \bar{y}) - \hat{a}(x_i - \bar{x}))^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n} ((y_i - \bar{y})^2 - 2\hat{a}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + \hat{a}^2(x_i - \bar{x})^2) \\
&= \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 - 2\hat{a} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + \hat{a}^2 \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \\
&= ns_{yy} - 2\hat{a}ns_{xy} + \hat{a}^2 ns_{xx}
\end{aligned}
$$

$$= \quad ns_{yy} - 2\frac{s_{xy}}{s_{xx}}ns_{xy} + \frac{s_{xy}^2}{s_{xx}^2}ns_{xx} \qquad (\hat{a} = \frac{s_{xy}}{s_{xx}})$$

$$= \quad ns_{yy} - 2\frac{s_{xy}^2}{s_{xx}}n + \frac{s_{xy}^2}{s_{xx}}n$$

$$= \quad n\left(s_{yy} - \frac{s_{xy}^2}{s_{xx}}\right)$$

(ii) 0.05

(iii) $\hat{a} - t_{.05}(n-2)\sqrt{\frac{V_e}{ns_{xx}}} \leq a \leq \hat{a} + t_{.05}(n-2)\sqrt{\frac{V_e}{ns_{xx}}}$

D

(i) 1.95

(ii) $0.15 \leq a_0 \leq 3.75$

(iii) 0.09

(iv) V_e の期待値が σ^2. 即ち, V_e は σ^2 の不偏推定量である.

(v) 仮説 $a_0 = 3.0$ は危険率 5%で採択される.