

星陵高校進路講演会

安定結婚問題とその一般化

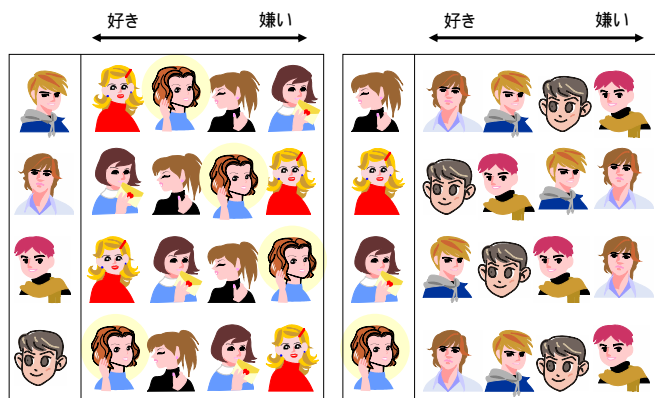
静岡大学工学部
安藤和敏

2008.06.18

はじめに - 安定結婚問題とは -



人にはそれぞれ好みがある



不安定ペア



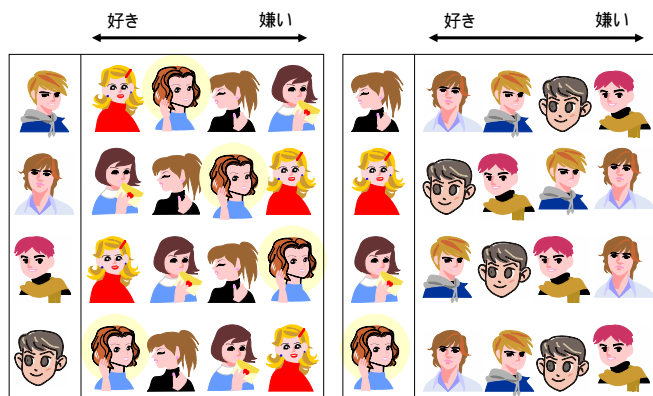
安定結婚問題



ゲイル-シャプレイのアルゴリズム

1. 相手が決まっていない男性を適当に選ぶ。
2. その男性がまだ交際を申し込んでいない女性の中で最も好きな女性にプロポーズする。
3. プロポーズを受けた女性は、もしそれが彼女の受け取った最初のプロポーズならば、その男性をキープする。既にキープしている男性がいる場合には、キープ君とプロポーズしてきた男性のどちらか好きな方をキープする。
4. 全ての男性の相手が決まったら終了。そうでなければ、1に戻る。

ゲイル-シャプレイのアルゴリズム



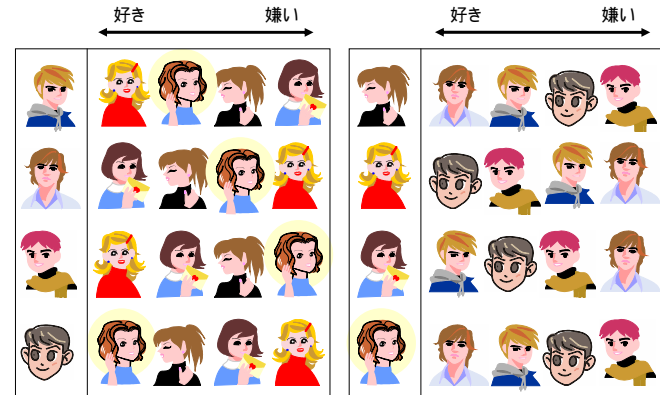
アルゴリズムの正当性

ゲイル-シャプレイのアルゴリズムによって得られる男女の組み合わせは安定である。つまり、この組み合わせには、不安定ペアは存在しない。

ゲイル-シャプレイのアルゴリズム (女性志向バージョン)

1. 相手が決まっていない**女性**を適当に選ぶ.
2. その**女性**がまだ交際を申し込んでいない**男性**のうち最も好きな男性にプロポーズする.
3. プロポーズを受けた**男性**は、もしそれが**彼の**受け取った最初のプロポーズならば、その**女性**をキープする. 既にキープしている**女性**がいる場合には、キープさんとプロポーズしてきた**女性**のどちらか好きな方をキープする.
4. 全ての**女性**の相手が決まったら終了. そうでなければ、1に戻る.

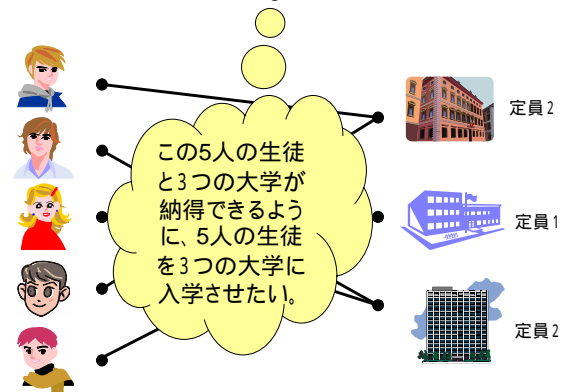
女性志向バージョン



アルゴリズムによって得られる組み合わせの性質

- すべての男性は、**組み合わせ1**で得られる相手の方を、**組み合わせ2**で得られる相手よりも好む。
- すべての女性は、**組み合わせ2**で得られる相手の方を、**組み合わせ1**で得られる相手よりも好む。
- つまり、男性志向アルゴリズムは男性にとって有利で、女性志向アルゴリズムは女性にとって有利な結果をもたらす。

大学入学問題



人にはそれぞれ好みがある 大学にはそれぞれ好みと定員がある

行きたい ← 行きたくない 欲しい ← いらぬ



不安定ペア

行きたい ← 行きたくない 欲しい ← いらぬ



大学入学問題

行きたい ← 行きたくない 欲しい ← いらぬ



ゲイル-シャプレイのアルゴリズム

1. 行き先の決まっていない生徒を適当に選ぶ。
2. その生徒がまだ応募していない大学のうちで最も行きたい大学に応募する。
3. 応募を受けた大学は、その学生を受け入れても定員以内であれば、その男性をキープする。既に定員いっぱいの場合には、キープしてある生徒の中で最も好ましくない生徒と応募してきた男性のどちらか好きな方をキープする。
4. 全ての生徒の行き先が決まったら終了。そうでなければ、1に戻る。

アルゴリズムの正当性

ゲイル-シャプレイのアルゴリズムによって得られる生徒の大学への配属は安定である。つまり、この配属の仕方には、不安定ペアは存在しない。

おわりに

- 安定結婚問題と大学入学問題を解くアルゴリズムについて解説した。
- 今日話をした問題を一般化した多くの問題がある。(安定ルームメイト問題、多対多の安定結婚問題など)
- ふざけた研究かと思われるかもしれないが、主に計算機科学(情報科学)における重要なテーマとして多くの研究成果がある。

参考文献

- D. Gale and L. S. Shapley: College admissions and the stability of marriage. *American Mathematical Monthly* **69** (1962) 9-15.
- D. Gusfield and R. W. Irving: *The Stable Matching Problem: Structure and Algorithms*. The MIT Press, 1989.