

# グラフ理論入門 (一筆書き可能なグラフ)

静岡大学工学部  
安藤 和敏  
2007.07.04

## ケーニヒスベルグの橋の問題

この7つの橋を各1度ずつ通って、元の場所に戻ることができるかどうか? ただし、同じ橋を2度以上通ってはならない。



ケーニヒスベルクを流れるプーゲル川には、このように7つの橋が架かっていた。(18世紀頃の話)

### 試してみる(1)

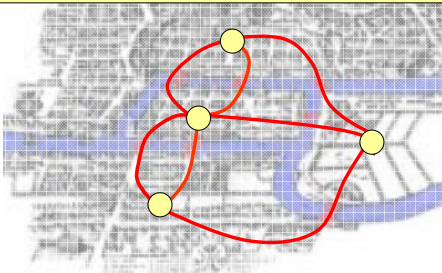


### 試してみる(2)



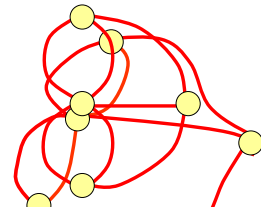
### グラフによる表現

1736年、レオンハルト・オイラーは、この問題を以下のように考えた。



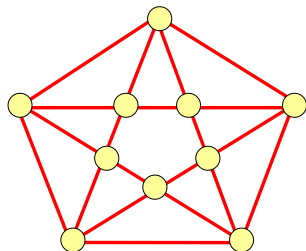
### グラフによる表現

このように、いくつかの(節点)と、どうしをつなぐいくつかの線からなる図形を**グラフ**と呼ぶ。

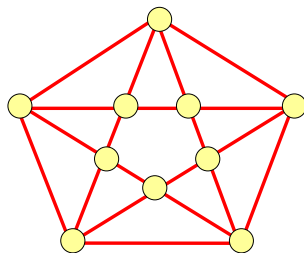


ケーニヒスベルグの橋の問題は、「このようなグラフを一筆書きできるか?」という問題になる。

### グラフの例

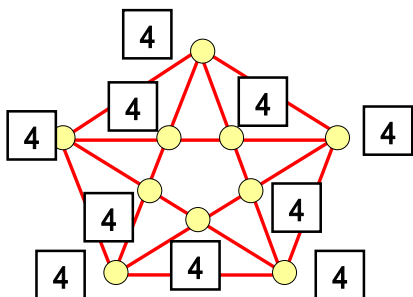


### オイラーの定理



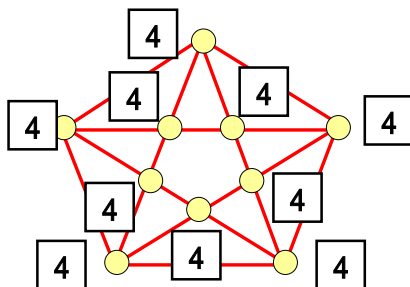
オイラーは、任意の与えられたグラフが一筆書き可能かどうかを判定する定理を与えた。

### 次数



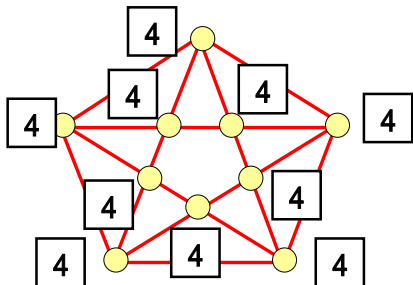
各 につながっている線の数を、その節点の**次数**と呼ぶ。

### オイラーの定理



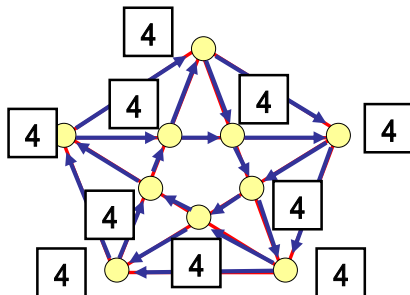
もし与えられたグラフが一筆書き可能であれば、奇数の次数をもつ節点は0個か2個である。

### オイラーの定理



逆に、もし与えられたグラフに奇数の次数をもつ節点が0個か2個であれば、一筆書き可能である。

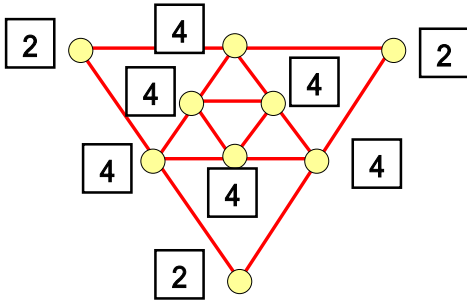
### オイラーの定理



一筆書きできるか？

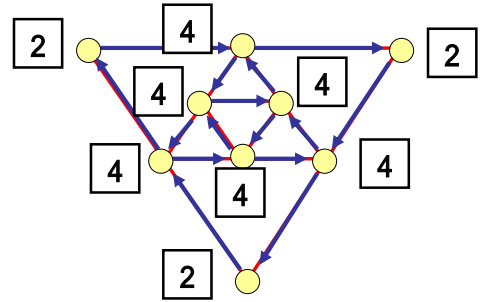
できる！

### オイラーの定理の適用例(2)



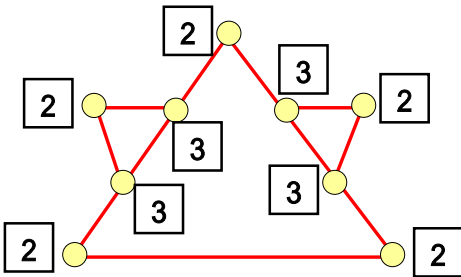
奇数の次数をもつ点は0個なので、一筆書き可能。

### オイラーの定理の適用例(2)



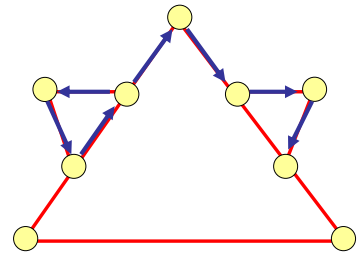
一筆書きできるか? できる!

### オイラーの定理の適用例(3)



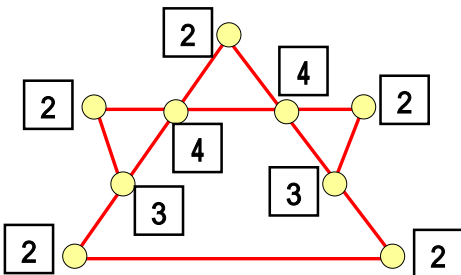
奇数の次数を持つ点は、4つあるので一筆書き可能ではない。

### オイラーの定理の適用例(3)



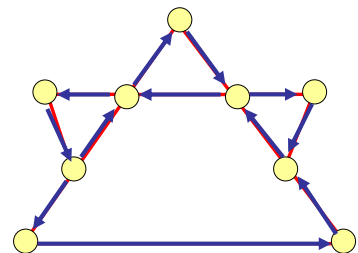
一筆書きできるか? できない。

### オイラーの定理の適用例(4)



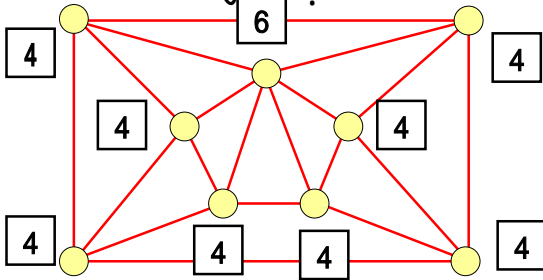
奇数の次数を持つ点は、2つあるので一筆書き可能。

### オイラーの定理の適用例(4)



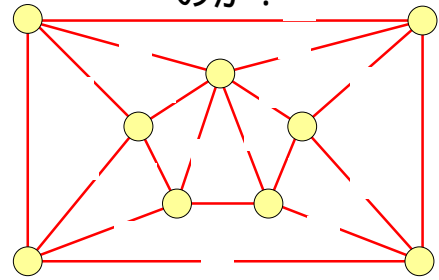
一筆書きできるか? できる。

実際にどうやって一筆書きをするのか？

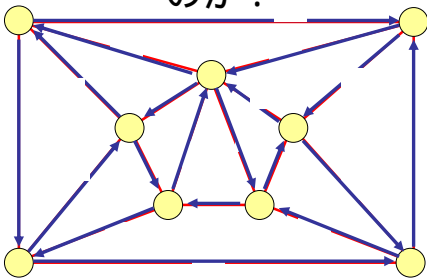


このグラフは一筆書き可能だけど.

実際にどうやって一筆書きをするのか？



実際にどうやって一筆書きをするのか？

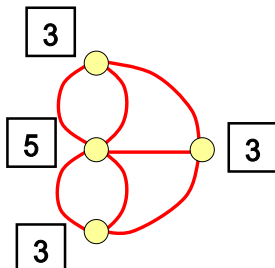


ケーニヒスベルグの橋の問題

この7つの橋を各1度ずつ通って、元の場所に戻ることができるかどうか？ただし、同じ橋を2度以上通ってはならない。



ケーニヒスベルグの橋の問題



オイラーの定理より、「できない」ということがわかった。